

商洛学院课程思政案例库

课程名称： 线性代数

负 责 人： 刘亚亚

编著时间： 2025 年 5 月

教务处印制

前言

2016年12月，习近平总书记在全国高校思想政治工作会议中指出“要坚持把立德树人作为中心环节，把思想政治工作贯穿教育教学全过程，实现全程育人、全方位育人，努力开创我国高等教育事业发展新局面”。2020年5月，教育部印发了《高等学校课程思政建设指导纲要》，纲要中指出“理工类课程要在教学中把马克思主义立场观点方法的教育与科学精神的培养结合起来，提高学生正确认识问题、分析问题和解决问题的能力，要注重科学思维方法的训练和科学伦理的教育，培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感”。

《线性代数》是它是一门基础理论课程，是理工科学生知识体系的基石。为后续专业课程，的学习提供必要的数学工具和思维方式，是学生深入学习专业知识的前提。从学科属性看，线性代数属于数学学科范畴，主要研究有限维空间的线性理论，具有高度的逻辑性和抽象性。通过学习该课程，能有效培养学生的逻辑思维、抽象思维和空间想象能力，提升其理性思维水平。同时，它也是一门工具性学科。在当今科技飞速发展的时代，线性代数的理论和方法广泛应用于各个领域，如计算机图形处理、信号分析、自动控制等。学生掌握线性代数知识，能够运用其方法解决实际问题，增强自

身的实践能力和创新能力，以适应社会对应用型人才的需求，为未来的职业发展奠定坚实基础。

“课程思政”在数学课程教学中可以实现知识、能力和价值观教育的一体化，充分发挥出数学课程的育人功能，实现数学人文教育的目标。本案例库是陕西省课程思政示范课程《高等代数》和商洛学院课程思政示范课程重点建设项目《线性代数》的阶段性成果。线性代数知识理论性较强，内容较为抽象，定义、定理较多，其中蕴含的思政元素较为丰富。在挖掘课程思政元素方面采取了“数学+”的模式，将哲学、文学、史学、科技、时政、生活、美学等知识有机融入数学课程教学中，寓思政育人于数学教学中。主要由多项式、行列式、线性方程组、矩阵、二次型、线性空间、线性变换、欧氏空间等教学内容的 50 个课程思政案例组成。

校内外专家对各个案例评价后认为，线性代数课程教学团队依据数学课程的特点，以立德树人为根本任务，从文史哲、科技、时政等方面挖掘了课程思政元素，并有机融入到课程教学中。案例库中收录的案例涵盖了线性代数课程的知识点，经教学实践检验，达到了“如盐溶于水”“润物细无声”的效果。

目 录

1.XXDS-001:素数——陈景润与哥德巴赫猜想.....	1
2.XXDS-002:多项式的不变性——不变性的哲学思想.....	4
3.XXDS-003:带余除法与中国剩余定理.....	6
4.XXDS-004:多项式根与系数的关系——Vieta(韦达)定理.....	8
5.XXDS-005:欧拉公式在复系数多项式的因式分解中的应用.....	10
6.XXDS-006:范德蒙德与范德蒙德行列式(1).....	13
7.XXDS-007:范德蒙德与范德蒙德行列式(2).....	15
8.XXDS-008:克莱姆和克莱姆法则.....	17
9.XXDS-009:拉普拉斯定理及应用(1).....	20
10.XXDS-010:拉普拉斯定理及应用(2).....	23
11.XXDS-011:n阶行列式定义.....	26
12.XXDS-012:n阶行列式的计算.....	29
13.XXDS-013:行列式的性质及其应用.....	31
14.XXDS-014:矩阵的定义.....	34
15.XXDS-015:矩阵的计算.....	37
16.XXDS-016:矩阵乘法的应用.....	40
17.XXDS-017:矩阵的初等变换.....	43
18.XXDS-018:逆矩阵的定义.....	46
19.XXDS-019:解矩阵方程.....	48
20.XXDS-020:矩阵的秩.....	51
21.XXDS-021:分块矩阵.....	54
22.XXDS-022:分块对角矩阵.....	57
23.XXDS-023:n维向量及其线性运算.....	60
24.XXDS-024:向量组的线性关系.....	63
25.XXDS-025:线性组合的经济学应用举例.....	66
26.XXDS-026:向量组的线性相关性的定义.....	69
27.XXDS-027:向量组的线性相关性的判定.....	72

28.XXDS-028: 极大线性无关组和向量组的秩.....	75
29.XXDS-029: 向量空间.....	78
30.XXDS-030: 向量的内积.....	81
31.XXDS-031: 向量组的正交规范化.....	84
32.XXDS-032: 正交矩阵.....	87
33.XXDS-033: 齐次线性方程组.....	90
34.XXDS-034: 齐次线性方程组的应用.....	93
35.XXDS-035: 非齐次线性方程组.....	95
36.XXDS-036: 非齐次线性方程组的应用.....	98
37.XXDS-037: 特征值与特征向量的定义.....	101
38.XXDS-038: 特征值与特征向量的性质.....	104
39.XXDS-039: 特征值与特征向量的应用.....	107
40.XXDS-040: 相似矩阵的定义及性质.....	110
41.XXDS-041: 方阵的相似对角化.....	113
42.XXDS-042: 哈密顿-凯莱定理.....	116
43.XXDS-043: 实对称矩阵及其对角化.....	119
44.XXDS-044: 实对称矩阵及其对角化的应用.....	122
45.XXDS-045: 二次型及其矩阵表示.....	125
46.XXDS-046: 二次型的标准形.....	129
47.XXDS-047: 二次型的标准形的应用.....	132
48.XXDS-048: 正定二次型.....	135
49.XXDS-049: 正定二次型的应用.....	138
50.XXDS-050: 赫尔维茨定理.....	141

案例编号	XXDS-001
案例标题	素数——陈景润与哥德巴赫猜想
案例来源	原创案例
内容简介	素数是多项式理论中的一个重要概念。本案例介绍了素数的概念、与素数有关的重要定理、哥德巴赫猜想及中国数学家陈景润证明陈氏定理的故事。
关键词	素数、陈景润、哥德巴赫猜想
编写时间	2023-09-27
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	科学的思维方法；中国科学家追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感
素材长度	1057
案例正文	知识点：素数与互素 素数简介：素数(prime number)又称质数，有无限个。一个大于1的自然数，除了1和它本身外，不能被其他自然数整除，换句话说就是该数除了1和它本身以外不再其他的因数；否则称为合数。 根据算术基本定理，每一个比1大的整数，要么本身是一个质数，要么可以写成一系列质数的乘积；而且如果不考虑这些质数在乘积中的顺序，那么写出来的形式是唯一的。最小的质数是2。 目前为止，人们未找到一个公式可求出所有质数。2016年1月，发现世界上迄今为止最大的质数，长达2233万位。如果用普通字号将它打印出来长度将超过65公里。 与素数有关的著名猜想 哥德巴赫猜想：是否每个大于2的偶数都可写成两个素数之和？ 孪生素数猜想：孪生素数就是差为2的素数对，例如11和13。是否存在无穷多的孪生素数？ 陈景润与哥德巴赫猜想 1742年，在给欧拉的信中哥德巴赫提出了以下猜想：任一大于2的整数都可写成三个质数之和。欧拉在回信中也提出另一等价

案例正文	版本，即任一大于 2 的偶数想陈述为欧拉的版本。把命题“任一充分大的偶数都可以表示成为一个素因子个数不超过 a 的数与另一个素因子不超过 b 的数之和”记作“$a+b$”。1966 年陈景润证明了“$1+2$”成立，即“任一充分大的偶数都可以表示成二个素数的和，或是一个素数和一个半素数的和”。今日常见的猜想陈述为欧拉的版本，即任一大于 2 的偶数都可写成两个素数之和，亦称为“强哥德巴赫猜想”或“关于偶数的哥德巴赫猜想”。 从关于偶数的哥德巴赫猜想，可推出任一大于 7 的奇数都可写成三个质数之和的猜想。后者称为“弱哥德巴赫猜想”或“关于奇数的哥德巴赫猜想”。 若关于偶数的哥德巴赫猜想是对的，则关于奇数的哥德巴赫猜想也会是对的。1937 年时前苏联数学家维诺格拉多夫已经证明充分大的奇质数都能写成三个质数的和，也称为“哥德巴赫-维诺格拉多夫定理”或“三素数定理”。 A color portrait photograph of Chen Jingrun, an elderly man with glasses, wearing a red sweater over a white collared shirt, sitting and smiling. 陈景润（1933 年 5 月 22 日—1996 年 3 月 19 日），男，汉族，福建福州人，当代数学家，曾任中国科学院数学研究所研究员，中国科学院学部委员。1996 年 3 月 19 日下午 1 点 10 分，陈景润在北京医院去世，年仅 63 岁。陈景润获改革先锋称号，颁授改革先锋奖章，并获评激励青年勇攀科学高峰的典范。 陈景润在逆境中潜心学习，忘我钻研，取得解析数论研究领域多项重大成果。1973 年在《中国科学》发表了“$1+2$”详细证明，引起世界巨大轰动，被公认是对哥德巴赫猜想研究的重大贡献，是筛法理论的光辉顶点，国际数学界称之为“陈氏定理”，至今仍在“哥德巴赫猜想”研究中保持世界领先水平。曾荣获国家自然科学奖一
------	--

	等奖、华罗庚数学奖等。 思政元素：科学的思维方法；中国科学家追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感
分析评价	本案例从素数概念、素数研究史、与素数有关的重要定理、陈景润与哥德巴赫猜想等方面，培养学生的科学思维方法、创新意识、中国科学家精神等。在传授知识的同时，做到了“润物细无声”地育人。
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-002
案例标题	多项式的不变性——不变性的哲学思想
案例来源	原创案例
内容简介	数学和哲学都强调逻辑与思辨，因此线性代数的教学与研究也应该提高到哲学的高度，能更深刻理解其本质。多项式的因式分解和最大公因式是多项式理论中的两个重要概念，它们能够体现出变与不变等的对立统一性。
关键词	多项式、不变性、哲学思想
编写时间	2023-09-28
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	将马克思主义的立场观点方法与数学相互联系
素材长度	925
案例正文	知识点：多项式的不变性 数学家德莫林斯说过：“没有数学，我们无法看穿哲学的深度；没有哲学，人们也无法看穿数学的深度；而若没有这两者，人们就什么也看不透。”事实上，数学的内容具体、丰富，可以为哲学提供有力的论据；而哲学规律揭示了事物的本质，可以为数学提供方法论的指导，使我们从更高的观点分析和解决问题，加深对数学本质的理解和认识，进而加快对数学的基本思想和方法的掌握。 思政元素：将马克思主义的立场观点方法与数学相互联系起来 数学和哲学都强调逻辑与思辨，因此线性代数的教学与研究也应该提高到哲学的高度，只有这样，才能更深刻理解其本质。线性代数课程内容之间具有普遍联系性、抽象与具体的结合、特殊与一般、有限与无限、变与不变等的对立统一性。 一元多项式理论源于一元高次方程的求根问题。多项式的因式分解和最大公因式是多项式理论中的两个重要概念。一个多项式能否进行因式分解与其所定义的数域密切相关。例如，多项式 $f_1(x) = (x^2 - 3)(x^2 + 3)$，在有理数域不可以再分解，而在复数域中可以进一步分解为 $f_2(x) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3}i)$，这里 i

案例正文	为虚数单位。多项式$f_1(x)$和$f_2(x)$在复数域中本质上是相同的,只不过形式不同而已,但是借助后者我们更能清楚地了解到它的零点的情况。因此,多项式的不同因式分解形式,会给我们进一步研究它的性质带来便利。 ①在改变多项式的形式时,即因式分解过程中,保持本质不变是必须要保证的。 ②求解最大公因式$d(x)$的问题可以转化为次数较低的情形,这种形式的转变为达到最终目标提供了重要保障,所谓形变质不变。 ③多项式的整除关系不随数域扩大而改变也是形变质不变的一个例证。
分析评价	数学和哲学都强调逻辑与思辨,线性代数的教学提高到哲学的高度,能更深刻理解其本质。多项式的因式分解和最大公因式是多项式理论中的两个重要概念,它们能够体现出变与不变等的对立统一性。
评价者	赵鹏军教授, 商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-003
案例标题	带余除法与中国剩余定理
案例来源	原创案例
内容简介	中国剩余定理是带余除法的推广。中国剩余定理是《孙子算经》中记载的问题。《孙子算经》是算经十书之一，是公元四世纪左右的数学著作，是中国的优秀传统文化，展现出传统文化的魅力和中国人的文化自信。
关键词	带余除法、中国剩余定理、孙子定理
编写时间	2023-09-28
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	中国优秀传统文化的魅力和文化自信
素材长度	925
案例正文	知识点：带余除法 设 $f(x), g(x) \in P[x], g(x) \neq 0$, 则必存在唯一的 $q(x), r(x) \in P[x]$, 使得 $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$, 且 $\partial r(x) < \partial g(x)$. 知识点：中国剩余定理 设 $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$ 是两两互素的多项式, $r_1(x), \dots, r_n(x)$ 是 n 个多项式, 则存在多项式 $f(x), q_1(x), \dots, q_n(x)$, 使 $f(x) = g_i(x)q_i(x) + r_i(x), i = 1, 2, \dots, n.$ “中国剩余定理”又称为“孙子定理”，是一个在数论、代数学领域有广泛应用的定理。在《孙子算经》中有这样一个问题：“今有物不知其数，三三数之剩二（除以3余2），五五数之剩三（除以5余3），七七数之剩二（除以7余2），问物几何？”这个问题称为“孙子问题”，该问题的一般解法国际上称为“中国剩余定理”。 具体解法分三步： 找出三个数：从3和5的公倍数中找出被7除余1的最小数15，从3和7的公倍数中找出被5除余1的最小数21，最后从5和7的公倍数中找出除3余1的最小数70。 用15乘以2（2为最终结果除以7的余数），用21乘以3（3为最终结果除以5的余数），同理，用70乘以2（2为最终结果除

案例正文	以 3 的余数)，然后把三个乘积相加 $15 \times 2 + 21 \times 3 + 70 \times 2$ 得到和 233。 用 233 除以 3，5，7 三个数的最小公倍数 105，得到余数 23，即 $233/105=2\ldots 23$。这个余数 23 就是符合条件的最小数。 中国剩余定理是《孙子算经》中记载的问题。《孙子算经》是算经十书之一，是公元四世纪左右的数学著作，编撰年代不详。作者孙子，公元四世纪时人，生平不详。现传本分上、中、下三卷。上卷叙述度量衡制度、筹算记数和筹算乘除算法；中卷举例说明筹算分数算法、开平方和面积、体积计算；下卷是各种应用问题。中、下两卷共有各类算题 64 题。 《孙子算经》中“物不知数”问题及解法，属于一次同余式组，数论中称为“中国剩余定理”，也称“孙子定理”，秦九韶在此基础上，进一步研究，提出了“大衍求一术”。经我国历代数学家研究发展成完整严谨的理论与方法。 思政元素：《孙子算经》是算经十书之一，是公元四世纪左右的数学著作，是中国优秀传统文化，体现出文化自信。
分析评价	中国剩余定理是《孙子算经》中记载的问题。《孙子算经》是算经十书之一，是公元四世纪左右的数学著作，是中国的优秀传统文化，展现出传统文化的魅力和中国人的文化自信。
评 价 者	李粉红教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-004
案例标题	多项式根与系数的关系——Vieta（韦达）定理
案例来源	原创案例
内容简介	Vieta（韦达）定理揭示了一元 n 次多项式根与系数的关系。法国数学家韦达以对数学的热爱取得了非凡的数学成就，并用自己的知识和才智为自己的祖国争得了荣誉，做出了贡献。
关键词	多项式根与系数的关系、Vieta（韦达）定理
编写时间	2023-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学家严谨的科学思维方法和科学精神
素材长度	1053
案例正文	知识点：多项式根与系数的关系——Vieta（韦达）定理 若数域 P 上的一元 n 次多项式 $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ 在 P 中有 n 个根 $x_1, x_2, \dots, x_n$，则 $\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n x_i = -\frac{a_1}{a_0}, \\ \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j = \frac{a_2}{a_0}, \\ \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} x_i x_j x_k = -\frac{a_3}{a_0}, \\ \dots\dots\dots \\ x_1 x_2 \cdots x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}. \end{array} \right.$ 由代数基本定理，一个复数域上的一元 n 次方程必有 n 个根。中学已学过一元一次及一元二次方程的求根公式，对于一元三次、一元四次方程也有求根公式，当然要复杂的多。高于四次以上方程一般是不能用根式来求解的，这一结论在 19 世纪 30 年代被法国数学家 Galois（伽罗瓦）证明，他的证明涉及群、域等近世代数知识。 韦达 1540 年出生在法国东部的普瓦图的韦特奈。他早年学习法律，曾以律师身份在法国议会里工作，韦达不是专职数学爱，但

案例正文	他非常喜欢在政治生涯的间隙和工作余暇研究数学,并做出了很多重要贡献,成为那个时代最伟大的数学家。 韦达是第一个有意识地 and 系统地使用字母表示数的人,并且对数学符号进行了很多改进。他在1591年所写的《分析术引论》是最早的符号代数著作。是他确定了符号代数的原理与方法,使当时的代数学系统化并且把代数学作为解析的方法使用。因此,他获得了“代数学之父”之称。他还写下了《数学典则》(1579年)、《应用于三角形的数学定律》(1579年)等不少数学论著。韦达的著作,以独特形式包含了文艺复兴时期的全部数学内容。在他逝世后,由别人汇集整理并编成《韦达文集》于1646年出版。韦达1603年卒于巴黎,享年63岁。下面是关于韦达的两则趣事: 与罗门的较量:比利时的数学家罗门曾提出一个45次方程的问题向各国数学家挑战。法国国王便把该问题交给了韦达,韦达当时就得出解,回家前一鼓作气,很快又得出了22解。答案公布,震惊了数学界。韦达又回敬了罗门一个问题。罗门苦思冥想数日方才解出,而韦达却轻而易举地作了出来,为祖国争得了荣誉,他的数学造诣由此可见一斑。 韦达的“魔法”:在法国和西班牙的战争中,法国人对于西班牙的军事动态总是了如指掌,在军事上总能先发制人,因而不到两年功夫就打败了西班牙。可怜西班牙的国王对法国人在战争中的“未卜先知”十分脑火又无法理解,认为是法国人使用了“魔法”。原来,是韦达利用自己精湛的数学方法,成功地破译了西班牙的军事密码,为他的祖国赢得了战争的主动权。另外,韦达还设计并改进了历法。所有这些都体现了韦达作为大数学家的深厚功底。 思政元素:数学家严谨的科学思维方法,热爱数学的科学精神。具有深厚的爱国情怀。
分析评价	韦达以对数学的热爱取得了非凡的数学成就,并用自己的知识和才智为自己的祖国争得了荣誉,表现出优秀的数学家精神。
评 价 者	赵鹏军教授, 商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-005
案例标题	欧拉公式在复系数多项式的因式分解中的应用
案例来源	原创案例
内容简介	每个次数 ≥ 1 的复系数多项式在复数域上都可以唯一地分解成一次因式的乘积。针对 x^n-1 在复数域上的标准分解式,利用欧拉公式给出了此多项式的标准分解式。
关键词	复系数多项式的因式分解; 欧拉公式; 欧拉
编写时间	2023-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	数学家对科学的热爱和献身科学的精神
素材长度	1486
案例正文	知识点: 复系数多项式的因式分解 每个次数≥ 1的复系数多项式在复数域上都可以唯一地分解成一次因式的乘积。 因此, 复系数多项式具有标准分解式 $f(x) = a_n(x - \alpha_1)^{l_1}(x - \alpha_2)^{l_2} \cdots (x - \alpha_s)^{l_s},$ 其中$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$是不同的复数, $l_1, l_2, \dots, l_s$是正整数。 例 1 求复系数多项式$f(x) = x^n - 1$的标准分解式。 解: 由复系数多项式的因式分解定理知, 只须找出$f(x) = x^n - 1$的所有根。将 1 表示成三角表示式: $1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi, (k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ 由于$x^n - 1 = 0$的所有解满足$x^n = 1$, 有欧拉公式: $x^n = 1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi = e^{i 2k\pi}, (k = 0, 1, 2, \dots, n-1), \text{ 则}$ $x = 1^{\frac{1}{n}} = (\cos 2k\pi + i \sin 2k\pi)^{\frac{1}{n}} = e^{i \frac{2k\pi}{n}}, (k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ 所以 n 个根为: $x_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}, (k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ 故 $f(x)$ 的标准分解式为: $f(x) = \prod_{k=0}^{n-1} [x - (\cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n})]$

案例正文	欧拉：（1707 年 4 月 15 日—1783 年 9 月 18 日），瑞士数学家和物理学家，近代数学先驱之一。1707 年欧拉生于瑞士的巴塞尔，13 岁时入读巴塞尔大学，15 岁大学毕业，16 岁获硕士学位。平均每年写出八百多页的论文，还写了大量的力学、分析学、几何学等课本，《无穷小分析引论》、《微分学原理》、《积分学原理》等都成为数学中的经典著作。欧拉对数学的研究如此广泛，因此在许多数学的分支中也可经常见到以他的名字命名的重要常数、公式和定理。1783 年 9 月 18 日于俄国彼得堡去世。 获得成就：欧拉和丹尼尔·伯努利一起，建立了弹性体的力矩定律：作用在弹性细长杆上的力矩正比于物质的弹性和通过质心轴和垂直于两者的截面的惯性动量。他还直接从牛顿运动定律出发，建立了流体力学里的欧拉方程。这些方程组在形式上等价于粘度为 0 的纳维-斯托克斯方程。人们对这些方程的主要兴趣在于它们能被用来研究冲击波。 他对微分方程理论作出了重要贡献。他还是欧拉近似法的创始人，这些算法被用于计算力学中。此中最有名的被称为欧拉方法。在数论里他引入了欧拉函数。自然数的欧拉函数被定义为小于并且与互质的自然数的个数。例如，因为有四个自然数 1，3，5 和 7 与 8 互质。在计算机领域中广泛使用的 RSA 公钥密码算法也正是以欧拉函数为基础的。在分析领域，是欧拉综合了莱布尼兹的微分与牛顿的流数。他在 1735 年由于解决了长期悬而未决的贝塞尔问题而获得名声。欧拉将虚数的幂定义为如下公式：这就是欧拉公式，它成为指数函数的中心。在初等分析中，从本质上来说，要么是指数函数的变种，要么是多项式，两者必居其一。
------	--

	在 1735 年，他定义了微分方程中有用的欧拉-马歇罗尼常数；他是欧拉-马歇罗尼公式的发现者之一，这一公式在计算难于计算的积分、求和与级数的时候极为有效。在 1739 年，欧拉写下了《音乐新理论的尝试》，书中试图把数学和音乐结合起来。 人物评价：欧拉是 18 世纪最优秀的数学家，也是历史上最伟大的数学家之一。十八世纪瑞士数学家和物理学家伦哈特·欧拉始终是世界最杰出的科学家之一。他的全部创造在整个物理学和许多工程领域里都有着广泛的应用。欧拉的数学和科学成果简直多得令人难以相信。他写了三十二部足本著作，其中有几部不止一卷，还写下了许许多多富有创造性的数学和科学论文。总计起来，他的科学论著有七十多卷。欧拉的天才使纯数学和应用数学的每一个领域都得到了充实，他的数学物理成果有着无限广阔的应用领域。 欧拉在数论中证明过一个定理，如今叫中国剩余定理，也叫孙子定理，在孙子算经中有一个简单的特例，后由南宋数学家秦九韶给出了一般形式。后来欧拉、高斯分别重新发现了这个定理，并给出了证明。欧拉的著作最初传入中国，可追溯到大约 250 年前，由俄国传教士带进来，并送给天主教的一个支派“耶稣会”在中国的机构，曾收藏在北京天主教北堂的图书馆里。大约在乾隆年间传入中国的欧拉著作只能束之高阁，无人问津。19 世纪中叶，在李善兰与英国传教士合译的《代微积拾级》，华蘅芳与美国传教士傅兰雅合译的《微积溯源》中都介绍了欧拉和他的工作。中国人开始知道这位数学大家了，欧拉也登上了晚清人编写的《畴人传》。清末民初，西方的先进数学被引进中国，大学里开设了“微积分”等课程，这才使得越来越多的中国人认识了欧拉，学习他的数学。
分析评价	欧拉以对数学的热爱取得了非凡的数学成就，他留给我们的不仅是科学创见，还有极其丰富的科学遗产和为科学现身的精神。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-006
案例标题	范德蒙德与范德蒙德行列式(1)
案例来源	原创案例
内容简介	范德蒙德行列式作为线性代数的核心概念,常用于解决多项式插值问题(如预测数据趋势)。
关键词	范德蒙德行列式
编写时间	2023-10-2
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学家的科学严谨精神以及历史文化遗产的重要性
素材长度	868
案例正文	知识点：范德蒙德行列式 $\text{行列式 } D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i) \text{ 为范德蒙}$ 行列式, 其中 $\prod$ 表示连乘积, 例如 $\prod_{i=1}^n a_i = a_1 a_2 \cdots a_n$。 范德蒙德行列式作为线性代数的核心概念,常用于解决多项式插值问题(如预测数据趋势), 其教学不仅涉及数学逻辑, 更蕴含丰富的思政价值。 在授课中, 教师未直接抛出范德蒙德行列式的定义, 而是以一则现实问题导入: “假设我们需预测某城市未来 5 年的人口增长, 但仅有过去几年的离散数据点, 如何构建一个可靠模型?” 引导学生讨论插值方法, 而后顺势引入范德蒙德行列式——它通过行列式计算如 $D = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$ 确保插值多项式的唯一性。范德蒙德行列式的推导要求绝对精确, 任何疏忽都会导致模型失效。这引导学生反思科学研究中的严谨态度: 数学中的“差之毫厘, 谬以千里”。

案例正文	映射到人生选择中，提醒学生坚守诚信原则，避免学术不端。 思政元素：科学精神的培养。 穿插历史背景：18 世纪法国数学家范德蒙德虽非显赫，但其行列式理论为后世插值算法奠基。同时讲述数学发展是跨时代、跨文化的接力，中国在《九章算术》中早有类似思想，但近代西方主导了形式化。学生讨论中，有人反思：“我们应借鉴历史，避免盲目崇拜西方，而是立足本土创新。补充案例，如中国高铁建设中的数据处理如何应用范德蒙德行列式，确保安全可靠，从而强化了科技报国的责任感。 思政元素：历史文化遗产与批判性思维。 随着课堂深入，教师引导学生探讨范德蒙德行列式的伦理维度。以人口预测为例，教师设问：“如果插值模型被用于资源分配，但数据来源不透明，会引发哪些社会问题？”学生分析，行列式计算虽客观，但应用过程可能涉及公平性（如城乡数据偏差），甚至被滥用（如操纵统计结果）。教师分享真实事件：某地区用插值模型掩盖环境污染数据，导致公众健康风险。学生通过辩论，达成共识：数学工具需服务于人民福祉，而非利益集团。一名学生总结：“范德蒙德行列式教会我们，技术中立但人性有责——作为未来工程师，我们应像守护行列式的‘唯一性’一样，守护社会正义。”这种讨论不仅深化了数学理解，还将个人成长与国家需求相连，呼应了“立德树人”的教育理念。 思政元素：社会责任与伦理反思及立德树人。
分析评价	范德蒙德行列式解决了多项式插值问题（如预测数据趋势），其教学不仅涉及数学逻辑，更蕴含丰富的思政价值。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-007
案例标题	范德蒙德与范德蒙德行列式 (2)
案例来源	原创案例
内容简介	范德蒙德行列式作为线性代数的核心概念,常用于解决多项式插值问题 (如预测数据趋势)
关键词	范德蒙德行列式
编写时间	2023-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学家的科学严谨精神以及历史文化遗产的重要性
素材长度	1658
案例正文	知识点: 范德蒙德行列式 $\text{行列式 } D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i) \text{ 为范德蒙}$ 行列式, 其中 $\prod$ 表示连乘积, 例如 $\prod_{i=1}^n a_i = a_1 a_2 \cdots a_n$。 范德蒙德: 1735 年 2 月 28 日—1796 年 1 月 1 日。是 18 世纪法国数学家、音乐理论家与化学家, 生于巴黎。尽管数学职业生涯短暂 (仅持续约两年), 他却以开创性的工作对代数学与组合数学产生深远影响。他早年以音乐家身份闻名, 后受法国科学院吸引转向数学研究, 1771 年当选科学院院士。其学术生涯虽短, 但成果高度凝练, 集中于代数方程、对称函数及行列式理论。 主要成就: 范德蒙德行列式。他首次系统研究这一类特殊行列式, 为插值理论与多项式根的存在性提供关键工具; 成为线性代数、数值分析、编码理论的基础构件。 在对称函数理论与方程论方面, 在论文《论方程解法》(1771) 中, 提出用根的初等对称多项式构造高次方程的解; 首次明确使用

案例正文	对称函数术语，并证明其基本性质；为伽罗瓦群论埋下伏笔，推动抽象代数发展。 在组合数学的奠基工作方面，定义循环排列概念，提出排列作用的早期模型；引入生成函数思想，用于解决棋盘覆盖问题（如骑士巡回问题）。 在跨学科贡献方面，在音乐理论上：用数学分析音程和谐性提出纯律的数学优化方案；在化学上：参与制定早期化学元素分类系统，支持拉瓦锡的氧化理论。 人物评价：范德蒙德一生仅发表 4 篇数学论文（全部在 1771 - 1772 年间完成），却涵盖方程论、行列式、组合设计三大领域。数学史家埃里克·贝尔称其两年内取得的成就，足以媲美他人一生。他的工作因时代局限未被充分重视，直至 19 世纪被柯西、雅可比等重新发掘。 他是抽象代数的先驱。他首次将对称性作为代数方程的核心研究对象，直接启发了拉格朗日预解式理论，并间接影响伽罗瓦提出群论。现代学者认为，范德蒙德是群论诞生前最具洞察力的探索者。 应用与理论的桥梁。其行列式结构在应用中无处不在：统计学：用于正交实验设计；工程学：构建样条插值函数；密码学：设计纠错码（如 Reed-Solomon 码）。 局限性争议。部分史家指出，范德蒙德的行列式贡献可能被后世误冠其名（实际最早由欧拉使用），但主流学界仍以他命名，以表彰其对该结构的系统性研究。
分析评价	范德蒙德以短暂而闪耀的学术生命，在数学史上刻下不可磨灭的印记。他架起了古典代数与现代抽象数学的桥梁，其名不仅依附于一个行列式公式，更象征着对数学内在对称美的深刻洞察。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-008
案例标题	克莱姆和克莱姆法则
案例来源	原创案例
内容简介	克莱姆法则实现了应用行列式解决线性方程组的问题。瑞士数学家克莱姆以对数学的热爱取得了非凡的数学成就,并用自己的知识和才智为自己的祖国做出了贡献。
关键词	克莱姆法则; 行列式
编写时间	2023-10-4
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	科学批判性思维、科学严谨态度
素材长度	1226
案例正文	知识点：克莱姆法则 若线性方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \cdots \cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$ 的系数行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 不等于零, 则方程组有唯一解 $x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, \cdots, x_n = \frac{D_n}{D}$ 其中 D_j 是将系数行列式 D 的第 j 列换成常数项所得的 n 阶行列式, $D_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2,j-1} & b_2 & a_{2,j+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 加布里埃尔·克莱姆 (1704 年 7 月 31 日—1752 年 1 月 4 日), 瑞士数学家, 生于日内瓦一个医学世家。他自幼展现出非凡的数学天赋, 18 岁即获日内瓦科学院博士学位, 20 岁成为该校教授, 同

时活跃于欧洲学术圈，与欧拉、伯努利家族等顶尖学者保持密切交流。克莱姆一生致力于数学研究，尤其在线性代数与代数几何领域贡献卓著，其著作《代数曲线论》（1750 年）成为该领域的里程碑之作。



获得成就：行列式理论的奠基性突破。克莱姆在《代数曲线论》附录中首次系统提出行列式概念与运算规则，比日本数学家关孝和晚约 70 年但更完整。他不仅定义了二阶至五阶行列式，还明确给出行列式展开法则（包括符号规则），并创造性地将其应用于线性方程组求解，推导出著名的克莱姆法则，首次为线性方程组提供通用解析解，推动代数学从几何直观向符号化、抽象化演进。

代数几何的范式革新。在《代数曲线论》中，克莱姆解决了代数曲线交点问题的世纪难题，克莱姆悖论，从理论上突破，提出曲线自由度概念，揭示交点数量受曲线参数约束，为贝祖定理（1779 年）的诞生铺平道路；从方法论创新，将代数方程理论与几何性质深度结合，奠定现代代数几何研究范式。

跨学科的科学传播者。物理学贡献，修正牛顿声速公式，提出考虑空气弹性的修正模型；学术外交，作为英国皇家学会与法国科学院通讯会员，促成瑞士与欧洲学术界的深度合作；教育革新，在日内瓦大学推行实验物理课程，倡导数学与自然科学融合教学。

人物评价：克莱姆时代局限与争议。首先发表滞后：行列式理论因未及时独立发表，长期被归功于后来的麦克劳林（1748 年发表

	类似成果);其次符号缺失:未发明简洁的行列式符号(如现代A),阻碍理论传播。再次,几何依赖:代数研究仍以几何问题为驱动,抽象代数思想尚未成熟。 克莱姆在众多领域留下不可磨灭的学术遗产。在线性代数领域,克莱姆法则至今仍是工程计算与计算机科学基础,衍生出矩阵理论、特征值分析等现代工具;在代数几何领域,交点问题研究直接推动射影几何与簇理论发展,影响格罗滕迪克现代代数几何体系科学史地位 2002 年国际数学家大会将小行星“12279 Cramer”命名纪念其贡献。 克莱姆的思想方法的永恒启示。抽象化思维:将几何问题转化为代数运算,预示数学从直观到形式化的演进。系统性研究:首次构建行列式理论框架,展现公理化体系的强大解释力。跨学科视野:贯通数学、物理、天文学,体现启蒙时代科学家的整体性认知。 克莱姆身处微积分蓬勃发展而代数学相对停滞的 18 世纪上半叶,其工作如同一座桥梁,连接了笛卡尔坐标几何与现代抽象代数。尽管因时代局限未获即时盛名,但他以深刻的洞察力为线性代数奠基,以精妙的几何直觉开辟代数曲线研究新径。今日,当工程师用克莱姆法则求解电路方程,当数学家通过行列式定义流形曲率,我们仍能感受到这位日内瓦学者跨越三个世纪的智慧光芒——他教会世人:数学的永恒力量,在于将纷繁现象提炼为简洁而普适的真理。
分析评价	克莱姆以对数学的热爱取得了非凡的数学成就,他留给我们的不仅是科学创见,还有极其丰富的学术遗产和为科学现身的精神。
评 价 者	李粉红教授, 商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-009
案例标题	拉普拉斯定理及应用（1）
案例来源	原创案例
内容简介	在行列式 D 中任意取定了 $k(1 \leq k \leq n-1)$ 个行。由这 k 行元素所组成的一切 k 阶子式与它们的代数余子式的乘积的和等于行列式 D 。以及该定理在工程问题中的应用。
关键词	拉普拉斯定理、 k 阶子式
编写时间	2023-10-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	对自然规律的敬畏之心，和对民族复兴的赤子之情。
素材长度	1023
案例正文	知识点：拉普拉斯定理 设在行列式D中任意取定了$k(1 \leq k \leq n-1)$个行。由这k行元素所组成的一切k阶子式与它们的代数余子式的乘积的和等于行列式D。 引入：被“卡脖子”的技术困境。2023年，某国产工业机器人企业遭遇重大技术封锁——高端力传感器核心模块长期依赖进口。当外部供应链突然中断，研发团队面临多维振动干扰难题：机械臂关节处的6维力传感数据因结构共振产生耦合误差，传统算法无法解耦。总工程师林薇在技术攻坚会上指出：“解耦的本质是寻找系统独立特征，这正是线性代数的战场！” 拉普拉斯定理的科学破局。团队通过有限元分析构建振动系统的刚度矩阵（6×6阶），需快速计算其特征多项式以定位共振频率。面对高阶行列式计算的复杂性，工程师张远提出应用拉普拉斯定理（按行/列展开定理）。通过递归式降阶策略： 智能选主元：优先选择含零元素最多的行展开，减少计算量 1.模块化计算：将6阶矩阵分解为15个4阶子式并行求解 2.误差控制：采用整数运算避免浮点精度损失 关键技术突破：将特征多项式求解效率提升3倍（原需2小时→40分钟），精度达0.001%，为振动抑制算法提供数学基石。

案例正文	思政融合：公式背后的精神密码 科学报国的使命感。“矩阵展开的每个符号，都是技术自主的宣言书。”——团队将定理中的递归思想升华为创新链迭代精神：当国外封锁第 n 代技术，我们就从 $(n-1)$ 阶子式重新出发，在数学规律的指引下实现技术代际跨越。 严谨求实的科学观。在验证阶段，团队发现某组数据与理论值偏差 0.5%。成员王哲坚持彻夜复算，最终发现是温度漂移导致的矩阵元素微变。这印证了拉普拉斯定理的深层启示：真理存在于细节的完备性中，科技创新容不得“差不多”思维。 协同创新的方法论。研发过程中，数学组（定理优化）、机械组（结构减振）、软件组（算法实现）形成“特征向量闭环”： 数学推导指导机械结构调整刚度分布 实验数据反哺矩阵模型修正 软件算法将数学解转化为控制指令 生动诠释了多学科交叉的“矩阵式协作”如何攻克复杂系统工程。 技术成果与时代回响：2024 年，基于该技术的“盘古”系列传感器量产上市： 精度达到国际领先水平（$\pm 0.02\%$ FS） 成本降低 60% 应用于嫦娥七号月球车机械臂 在成果发布会上，林薇展示了一页特殊的 PPT：振动系统刚度矩阵的拉普拉斯展开式。她说道：“这个看似冰冷的数学公式，承载着两个温暖的价值内核——对自然规律的敬畏之心，和对民族复兴的赤子之情。” 拉普拉斯定理不仅教会我们如何分解矩阵，更昭示着解决“卡脖子”难题的哲学——将宏大系统分解为可解的子系统，在数学的确定性中寻找技术突围的必然路径。
------	--

分析评价	通过真实技术攻关场景，自然融合了科学探索、工匠精神、家国情怀三大思政维度，既彰显了数学工具在关键技术中的支柱作用，又避免了思政教育的说教化倾向，实现了知识传授与价值引领的深度耦合。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-010
案例标题	拉普拉斯定理及应用(2)
案例来源	原创案例
内容简介	在行列式 D 中任意取定了 $k(1 \leq k \leq n-1)$ 个行。由这 k 行元素所组成的一切 k 阶子式与它们的代数余子式的乘积的和等于行列式 D 。并将该数学理论与思想政治教育相结合，以达到育人目的。
关键词	拉普拉斯定理、 k 阶子式
编写时间	2023-10-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	对理性精神的敬畏、对基础规律的执着、以及批判超越意识
素材长度	1222
案例正文	知识点：拉普拉斯定理 设在行列式D中任意取定了$k(1 \leq k \leq n-1)$个行。由这k行元素所组成的一切k阶子式与它们的代数余子式的乘积的和等于行列式D。 皮埃尔-西蒙·拉普拉斯：星辰秩序的探寻者（1749-1827）。在法国大革命与拿破仑时代的激荡风云中，皮埃尔-西蒙·拉普拉斯（Pierre-Simon Laplace）以其深邃的数理洞察力，奠定了近代天体力学与概率论的理论基石。这位出身诺曼底农民家庭的数学巨匠，凭借惊人天赋进入巴黎科学院。在法国科学院、巴黎综合理工学院等机构，拉普拉斯身兼科学组织者与思想引领者双重角色。他的不朽著作《天体力学》与《概率的解析理论》，不仅系统构建了太阳系稳定性的数学证明框架，更将牛顿经典力学推向辉煌巅峰，被誉为“法兰西的牛顿”。其科学生涯贯穿理性启蒙时代，毕生追求以数学揭示宇宙运行的确定性法则。 核心成就：拉普拉斯定理的数学本质与广阔应用。普拉斯定理的精髓在于高维行列式的降维分解艺术。其核心表述为：对于n阶行列式D，若选定其中k行（或k列），则D等于所有位于这k行

案例正文	中的 k 阶子式与其对应的代数余子式乘积之和。该定理将复杂高维计算分解为低维子式组合,在算法层面实现了计算复杂度的革命性简化。 理论基石价值:该定理是线性代数中行列式理论的支柱,深刻连通了矩阵理论、线性方程组解的结构、特征值问题等核心领域。它不仅是克莱姆法则解方程组的理论依据,更为后续向量空间、张量分析等现代数学分支埋下伏笔。 穿透学科的实践锋芒: 工程系统稳定性之眼:在控制论领域,结合拉普拉斯变换,该定理为线性时不变系统的传递函数建模提供核心工具,是现代航天器轨道控制、高速列车平稳运行、精密仪器抗干扰设计的数学基础。 数据宇宙的解码密钥:统计学中多元正态分布的协方差矩阵行列式计算依赖于此定理,支撑着高维数据的降维 (PCA 分析)、模式识别及金融市场的复杂风险评估模型。 算法效率的隐形引擎:计算机科学中,大型稀疏矩阵的行列式计算算法(如递归分解法)本质上基于拉普拉斯展开思想,为计算机图形学、物理引擎仿真、人工智能中的优化问题提供高效数值方案。 量子世界的抽象阶梯:在量子力学中,Slater 行列式描述多电子波函数的反对称性,其展开与计算亦离不开拉普拉斯定理提供的数学框架。 思政启示:基础研究是创新源头的活水。拉普拉斯定理源于对纯粹数学结构与天体运动规律的深邃好奇,其价值却在数百年后不断释放于现代科技前沿。这印证了重大原始创新往往孕育于对基础科学“无用之用”的长期坚守之中。 理性精神与批判思维的双翼。从构建决定论体系到开创概率论先河,拉普拉斯展现了科学家的自我超越勇气。在科技攻关中,我们既要秉持探索确定性规律的执着,也需保有对既有理论边界与局限的清醒审视,在传承中勇于突破。 数学根基铸就科技自强脊梁。拉普拉斯定理在各领域的穿透性
------	---

	性应用，彰显了核心数学工具的战略地位。提升基础数学能力，突破关键算法瓶颈，是实现高水平科技自立自强不可或缺的基石。
分析评价	拉普拉斯定理以其数学上的简洁美与应用的普适性，成为人类智慧的一座丰碑；其背后的科学哲学思想——从炽热的确定性追求到对不确定性深邃的把控艺术，再到复杂性的结构化认知——持续照亮着人类探索自然与驾驭技术的征程。在追求科技自主创新的时代使命下，这份对理性精神的敬畏、对基础规律的执着、以及无止境的批判超越意识，正是拉普拉斯留给我们最宝贵的思想火炬。它提醒我们：真正的科学力量，源于对已知边界的拓展，更源于对未知浩瀚的谦卑与求索。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-011
案例标题	n 阶行列式定义
案例来源	原创案例
内容简介	n 阶行列式定义，以及其所蕴含的思政元素。
关键词	n 阶行列式；科学真理；普遍联系
编写时间	2023-10-15
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	量变质变规律、普遍联系观点、规则与自由的辩证关系
素材长度	1438
案例正文	知识点： n 阶行列式 定义 1 由 n^2 个元素 $a_{ij}(i, j=1, 2, 3, \dots, n)$ 排成 n 行 n 列的式子 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} +$ $a_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \cdots + a_{1n}(-1)^{1+n} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix}$ 计算得到的一个数，称为 n 阶行列式。该定义称为递归定义。 定义 2 由 n^2 个元素 $a_{ij}(i, j=1, 2, 3, \dots, n)$ 组成的 n 阶行列式定义为 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \cdots a_{nj_n}$ 其中 $\sum_{j_1 j_2 \cdots j_n}$ 表示对所有的列标排列 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 求和。

案例正文	思政元素： 1.量变与质变：认知层级跃迁的辩证法则 行列式定义的精妙首先体现在其完美诠释了量变引向质变的辩证法。当维度从二阶、三阶攀升至n阶，简单的对角线法则失效，必须诉诸基于排列逆序数的统一定义。这一转变不仅是计算技术的升级，更揭示了认知的本质规律：低维度的直观经验难以延续到高维复杂系统，质的飞跃需要抽象思维的托举。 数学家们在求解线性方程组时，从具体的二元、三元情形，提炼出抽象的系数阵列规律，最终跨越了个别现象的局限，凝练出具有普遍解释力的n阶行列式模型。这一过程本身，便是对“实践-认识-再实践”螺旋上升认知论的教科书式演绎。它昭示我们：唯有在具体实践的沃土上深耕，并以辩证思维推动经验升华，方能触及真理之光。 数学史家克莱因指出：“行列式的概念，是处理多个变量线性关系时，人类智力为克服复杂性而锻造的利器。”从特殊到普遍之路，正是理性穿透混沌的轨迹。 2.秩序与关联：普遍联系的系统视野 n阶行列式中任一元素a_{ij}的微小变动，都将扰动整个行列式的值——这直观展现了整体并非部分的机械叠加，而是元素间深度互联的有机整体。其定义要求每一项乘积必须“遍历所有行与列”，暗含了对全局结构的绝对尊重。 如同社会系统，个体行为的“元素”看似独立，实则被无形的“行列关系”紧密联结。爱国、诚信等品质，亦非孤立美德，而是嵌入社会结构中的价值结点。行列式以其数学的冰冷逻辑宣告：个体价值只有在集体坐标中定位，才能获得真实的意义与评价。经济全球化时代强调“人类命运共同体”，正是这种系统思维在伦理层面的宏大回响。 3.规则与自由：严谨法则下的创造空间 行列式运算规则森严：符号由逆序数铁律决定，交换行或列必
------	--

	反号，倍加操作需严守线性法则。这种对规则的恪守是其逻辑力量之源。然而，在刚性框架内，数学家施展了令人惊叹的灵活创造：利用性质化简计算，分解矩阵探索结构，几何化理解拓展应用。恰如康德所言：“自由不是任性，而是自律的果实。”行列式定义以其数学的纯粹性揭示：真正的创造活力，恰恰萌发于对客观法则的深刻理解与自觉遵循之中。法治社会的精髓，正是以规则保障权利边界，使个体自由蓬勃绽放而不致相互倾轧。 4.历史与发展：科学真理的动态演进 从莱布尼茨的模糊雏形，到范德蒙德的系统阐述，再到柯西的现代逆序数定义，行列式概念历经百年锤炼。这一曲折历程生动说明：真理非静态教条，而是在实践中检验、批判中完善的动态过程。早期定义的不完备并未阻碍其应用，数学家们在解决实际问题中持续修补理论地基。 马克思主义强调理论与实践的统一性、真理的发展性，行列式定义的演进史便是这一哲学立场的科学注脚。它启示我们：思想教育不应僵化灌输，而需引导学生在时代浪潮中辨识脉络，在批判继承中激活传统的当代生命力。 在科技日新月异的今天，深刻理解这一数学概念背后的思维范式与哲学意蕴，有助于青年学子在纷繁世界中锚定理性坐标，于抽象推演中涵养系统思维，在规则敬畏下释放创新活力，最终成长为兼具科学精神与人文情怀的时代新人。 当行列式的符号在纸上翩跹起舞时，它不仅在求解线性方程，更在以最凝练的数学语言，向我们述说关于世界、关于认知、关于价值的永恒法则——这便是科学定义中深藏的思政伟力。
分析评价	n阶行列式绝非冷僻的数学符号。其定义中蕴含的量变质变规律、普遍联系观点、规则与自由的辩证关系，以及真理发展的历史观，构成了一座沟通数学理性与人文价值的隐形桥梁。
评价者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-012
案例标题	n 阶行列式的计算
案例来源	原创案例
内容简介	n 阶行列式的计算及其所蕴含的思政元素
关键词	n 阶行列式；规则赋能；失序
编写时间	2023-10-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	规则赋能、多元解法中的智慧选择、失序的代价
素材长度	1018
案例正文	知识点：n 阶行列式的计算 思政元素： 行列式法则中的秩序与创新：数学之维的价值启示 线性代数课堂内，当 n 阶行列式符号优雅登场，它不仅承载着求解方程组的核心使命，更如一面棱镜，微妙映射着社会运行与认知构建的深层逻辑。这一由 n^2 个数构成的非凡阵列，其计算规则的精妙设计，恰似人类文明为维系有序发展而创立的理性契约。 秩序基石：规则赋能的稳定框架。 行列式的计算绝非数字的任意堆砌，而是严格遵循三大公理：线性性、反对称性及归一性。犹如社会运行依赖法律体系——线性性代表规则对每个元素的平等适用（如同法律面前的人人平等）；反对称性恰似对诚信与契约精神的强力守护（交换两行符号反转，警示失信代价）；而归一性确立了单位矩阵行列式为 1 的基准，正如社会核心价值为群体行为提供恒定坐标。当行列式值不为零，便宣告矩阵的“独立主权”（可逆性），如同一个规则坚固、成员各司其职的社会所迸发的蓬勃活力。规则非枷锁，实为自由创造的基石。 创新路径：多元解法中的智慧选择。 行列式计算拒绝思想的禁锢，慷慨提供多种探索路径：高阶按行展开需驾驭符号与余子式的交响；分块法则巧妙化整为零；三角化过程则如抽丝剥茧，步步

	为营。这正呼应人类面对复杂性时的多元策略——既需如展开定理般的系统剖析能力，亦要具备分块思想的宏观整合视野，更离不开三角化所体现的循序渐进智慧。历史中，拉普拉斯展开定理的诞生，本身就是数学家在既定代数框架内锐意创新的璀璨结晶。 相关警示：失序的代价与重塑的可能。 当行列式值为零，则向量组线性相关，系统陷入“无效内耗”。如同团队中成员若能力重叠或目标冲突，整体力量便相互抵消；亦如社会资源若配置失当，发展必然陷入停滞。此刻，“秩”的概念成为关键的诊断工具，指引我们识别核心要素（极大无关组），剥离冗余干扰，为体系重塑秩序赋能。克莱姆法则的适用边界——系数行列式非零——正是对这一规律的深刻揭示：规则的健全是系统良性求解的基本前提。 n阶行列式，这一抽象数学构造，实则是秩序与创新辩证法的绝佳隐喻。它的法则严明如社会运行不可逾越的宪法根基，其解法多样则似人类在规则疆域内永不停歇的智慧探索。行列式为零的警示如同历史长鸣的警钟，提醒我们秩序崩解的代价与重构之迫切。在科技奔腾的新时代征程中，领悟这份数学中的秩序之美与创新之慧，不仅锤炼我们求解复杂方程的能力，更深植下践行规则、勇探新路的理性自觉——这正是数学教育馈赠予青年心灵的深邃思政滋养：在严谨架构中寻求突破，恰是人类理性最壮丽的突围。
分析评价	n阶行列式的计算，这一抽象数学构造，实则是秩序与创新辩证法的绝佳隐喻。它的法则严明如社会运行不可逾越的宪法根基，其解法多样则似人类在规则疆域内永不停歇的智慧探索。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-013
案例标题	行列式的性质及其应用
案例来源	原创案例
内容简介	行列式是线性代数的重要内容，性质包括线性、反对称、乘法等，应用方面有解方程组、矩阵可逆判断等。行列式作为线性代数的核心概念，其简洁的符号背后蕴含着深刻的数学结构与哲学内涵。
关键词	行列式的性质；线性性质；初等变换
编写时间	2023-10-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	求实精神、全局观念、问题导向
素材长度	1405
案例正文	知识点：行列式的性质 行列式是线性代数的基础，性质包括线性、反对称、乘法等，应用方面有解方程组、矩阵可逆判断等。 行列式作为线性代数的核心概念，其简洁的符号背后蕴含着深刻的数学结构与哲学内涵。从范德蒙德对行列式的系统化研究，到克莱姆法则的精妙应用，这一数学工具不仅构筑了现代科学技术的基石，更折射出人类思维与客观世界的辩证统一关系。 1. 行列式的基本性质及其哲学意蕴 行列式具有多重数学特性，这些特性在哲学层面映射出世界的普遍规律： 线性性质（齐次性与可加性）。行列式对行（列）满足线性关系：$cA = c^n A$ 与 $A+B \neq A + B$ 的辩证统一。这一性质揭示了量变与质变的辩证关系——标量乘法体现量的积累，而矩阵加法的非线性则暗示结构重组可能引发质变飞跃。 反对称性与行列互换不变性。交换行列式的两行（列），其值反号；而行列互换（转置）时值不变。这恰似矛盾的对立统一——局部调整引发对立（符号变化），而整体结构的本质（行列式值）在对称操作中保持稳定。 乘法公式与初等变换的关联性。$AB = A \cdot B$ 的乘法公式，与

案例正文	初等变换对行列式值的影响（如倍加行不变值），共同体现了事物联系的普遍性。系统整体性质（乘积矩阵的行列式）由子系统性质（单个矩阵行列式）的相互作用决定，恰如社会发展中个体与集体的辩证关系。 2. 行列式在科学实践中的关键应用 行列式不仅是理论抽象，更是解决实际问题的利器： 线性方程组解的判定(克莱姆法则)。当系数行列式$A \neq 0$ 时，方程组有唯一解。这一判定准则在工程计算（如电路分析）中具有广泛应用，体现了数学工具对现实复杂性的精确刻画能力。其思想内核在于：系统可解性取决于内在结构的非退化性，启示我们解决社会问题需抓住主要矛盾的本质结构。 矩阵可逆性与系统稳定性分析。矩阵可逆的充要条件是其行列式非零。在控制论中，系统状态矩阵的行列式值直接关联系统稳定性。例如动力系统特征方程$A - \lambda I = 0$ 的根决定系统演化行为。这昭示着系统内在属性（行列式）对整体行为（稳定性）的根本约束，呼应了“打铁必须自身硬”的发展理念。 几何变换的体积刻画与信息科学应用。行列式的绝对值表示线性变换对体积的缩放率。在计算机图形学中，通过行列式判断仿射变换是否保向；在数据科学中，协方差矩阵的行列式反映高维数据的离散程度。这种从抽象代数到空间直觉的转换，彰显了人类通过数学把握世界空间关系的智慧。 3. 数学思维与思政价值的融合路径 行列式理论中蕴含的思维方法对价值观塑造具有深刻启示： 严谨逻辑与求实精神：行列式性质的严格证明要求步步为营的推导，培养拒绝主观臆断的科学态度。 系统思维与全局观念：乘法公式揭示的关联性，教导我们理解个体行为在整体系统中的影响边界。 创新意识与问题导向：从行列式计算技巧（如分块矩阵法）到现代密码学中的应用，彰显了基础研究回应时代需求的创新路径。
------	--

	行列式这一数学瑰宝，其性质折射着世界的辩证法则，其应用彰显着人类改造世界的理性力量。在科技自立自强的时代征程中，我们当以行列式般的严谨构筑知识体系，以矩阵变换般的创新思维开拓未来，在数学逻辑与人文精神的交汇处，书写属于新时代的科学报国篇章。正如数学家华罗庚所言：“数缺形时少直观，形少数时难入微”，唯有在抽象与具象的统一中，方能抵达真理的彼岸。
分析评价	行列式的性质折射着世界的辩证法则，其应用彰显着人类改造世界的理性力量。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-014
案例标题	矩阵的定义
案例来源	原创案例
内容简介	矩阵的定义，及其所蕴含的思政元素。
关键词	矩阵；整体涌现；动态演进
编写时间	2023-10-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	辩证法、规则下的动态演进、抽象普遍性
素材长度	1201
案例正文	知识点：由 $m \times n$ 个数 $a_{ij} (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$ 按一定顺序排成的 m 行 n 列的矩形数表，称为 $m \times n$ 矩阵。矩阵用黑体的大写英文字母表示，记作 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ 其中，数 a_{ij} 位于矩阵 A 中地 i 行第 j 列的元素，以数 a_{ij} 为元素的矩阵记为 (a_{ij}) 或 $(a_{ij})_{m \times n}$，$m \times n$ 矩阵也记为 $A_{m \times n}$。 当我们穿透其纯粹形式的符号外壳，便能洞见其中蕴含的深刻哲学意蕴与时代精神，其思想光芒可为当代立德树人提供独特启迪。 思政元素：整体涌现：个体协同与集体力量的辩证法 矩阵的核心本质在于其整体性。单个元素 a_{ij} 脱离其在行 i 与列 j 中的特定位置，便失去矩阵赋予的结构性意义。这恰如马克思所述：“人是一切社会关系的总和。” 个体价值须在集体框架中方能充分彰显。从“中国制造”向“中国智造”的跃迁，非单点技术突破之功，而是无数科研院所、企业与工匠在国家创新体系中精密协作构成的“国家创新矩阵”所驱动的系统性涌现。深圳从渔

案例正文	村蜕变为科创枢纽，正是人才、资本、政策等“元素”在改革开放矩阵中高效排列聚合产生的乘数效应，彰显了系统思维下个体潜能汇聚为集体伟力的实践哲学。 秩序与变革：规则框架下的动态演进 矩阵的运算规则（加法需同维，乘法需前列等于后行）凸显了秩序与规则的基石作用。这种严谨性正是法治社会的抽象映射——个体自由须在规范框架内运行。同时，矩阵通过线性变换展现强大描述力：坐标系旋转、数据降维皆可通过特定变换矩阵实现。这象征着社会在坚守核心价值（如矩阵的秩不变性）前提下，通过深化改革（变换操作）激发新质动能。社会主义市场经济体制，正是以公有制主体为“核心秩”，通过价格机制、所有制结构调整等“变换”，持续优化资源配置效率，在动态平衡中推动高质量发展，体现了变革与秩序的辩证统一。 抽象普遍性：基础科学驱动文明跃升的深层逻辑 矩阵理论的价值远超其定义本身，在于其普适的工具属性。从薛定谔方程求解（量子力学）到神经网络层级运算（人工智能），矩阵建模为复杂系统提供解剖利器。恩格斯在《自然辩证法》中强调：“数学是辩证的辅助工具和表现方式。”矩阵的广泛渗透印证基础科学作为“元知识”的战略意义。当前全球科技竞争日趋激烈，“卡脖子”难题本质是基础研究矩阵的薄弱环节。国家强化数学等基础学科布局，建设大科学装置矩阵（如散裂中子源、高能同步辐射光源集群），正是筑牢科技自立自强基石的深邃实践，彰显抽象智慧转化为实践伟力的唯物辩证逻辑。 矩阵定义所蕴含的结构整体性、规则有序性与工具普适性，为我们理解个体与集体、守正与创新、基础与应用等重大关系提供了精妙隐喻。在实现民族复兴的征程中，我们当如严谨的“矩阵思维”所示：以系统观念整合发展要素（整体性），在法治轨道上深化改革（规则性），并以基础创新厚植竞争优势（普适性）。这不仅是对数学之美的领悟，更是把握时代脉络、践行立德树人的深刻
------	---

	思想资源——于抽象符号中看见时代精神,于严谨逻辑中汲取前行智慧。 钱学森曾言:“矩阵理论是系统科学重要的数学语言之一。”当无数青年学子在科技“无人区”中构筑中国创新的核心矩阵,便是对这份抽象之美最壮观的思政诠释。
分析评价	矩阵,这一数学领域看似冰冷的矩形阵列,数学结构中的哲学智慧与时代价值确非常重要。
评 价 者	赵鹏军教授,商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-015
案例标题	矩阵的计算
案例来源	原创案例
内容简介	矩阵的计算。矩阵计算作为线性代数核心内容，看似与思政无关，但深层联系其实非常丰富。从而从数学思想中提炼出思政内涵，体现了矩阵运算背后蕴含的哲学思想和人生智慧。
关键词	矩阵计算；普遍联系；线性系统
编写时间	2023-11-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	交换律与辩证思维、秩定理与系统观
素材长度	1633
案例正文	知识点：矩阵的计算 线性代数中的矩阵计算，远不止于冰冷的符号与公式的堆砌。它以独特的形式语言，深刻揭示了世界的内在结构与运行逻辑，其中蕴含的辩证思维、系统观念与求解智慧，为理解人类社会治理提供了深刻的哲学启示。 思政元素：普遍联系与整体协同：矩阵的结构性隐喻 矩阵的本质是高度结构化的数据阵列，其行列交织的形态直观体现了事物普遍联系的辩证法则。矩阵乘法以其独特规则成为关键：只有当左矩阵的列数等于右矩阵的行数时，运算方可成立。这恰如社会协作的基本法则——有效合作必须建立在能力互补、资源匹配的基础之上。一项复杂工程绝非个体的简单叠加，而是工程师的创新设计、工人的精湛技艺、管理者的高效协调以及供应链的可靠支撑共同构成的“能力矩阵”协同作用的结果。缺失任一关键“维度”，整个项目便如行列维度不匹配的矩阵乘法一样陷入停滞。矩阵的“秩”概念则进一步刻画了系统的有效独立维度与内在关联强度。一个高秩的方程组意味着丰富的信息与坚实的求解基础；而低秩或秩亏则暴露了信息的冗余或匮乏，如同社会治理中信息失真或政策“空转”，使问题求解失去可靠依托。

案例正文	矛盾求解与条件约束：线性系统的治理镜像 线性方程组 $AX=b$ （其中 A 为系数矩阵 X 为未知向量，b 为常数项）的求解过程，构成了矩阵计算的核心与社会治理难题的绝佳镜像。解的存在性与唯一性定理揭示：系统有解的前提是 b 必须位于 A 的列空间之中，即目标 b 必须能够被系统 A 现有资源和能力所“表达”或“生成”。这警示我们：任何治理目标的设定（b）都不能脱离现实条件构成的“可能性空间”（A 的列空间），否则便是空中楼阁。当目标超出了系统承载极限，如同 b 脱离列空间，矛盾便不可调和。 对于“病态”方程组——系数矩阵 A 条件数巨大时，输入数据的微小扰动（δb）将导致解的剧烈震荡（δx），这尖锐地映射了社会治理中某些敏感领域的脆弱性。经济调控、舆情引导等犹如“病态系统”，细微的政策偏差或信息噪音都可能被极度放大，引发难以预料的连锁反应。此时，借鉴数值计算中的“正则化”思想至关重要：通过引入合理的约束项（如Tikhonov 正则化），在求解过程中兼顾数据的拟合精度与解的稳定性（光滑性）。在社会治理中，这体现为在推动改革、制定政策时，既追求目标的达成，也需审慎评估其对系统结构的冲击，通过制度缓冲、预期管理、渐进试点等“正则化”手段，增加系统的鲁棒性，避免剧烈震荡。 抽象思维与降维实践：矩阵分解的科学方法论 矩阵分解堪称矩阵计算中的智慧结晶。通过奇异值分解（SVD）、特征值分解等手段，复杂矩阵得以被拆解为特征向量、奇异向量等具有明晰意义的“基”的组合。这深刻揭示了“化繁为简”的科学认知路径：面对错综复杂的现实（原始矩阵），运用抽象思维能力（分解技术），提炼出关键特征与主成分（特征值/奇异值及对应向量），从而实现对高维信息空间的“降维”理解与高效处理。 这种“降维打击”式的方法论具有普遍的指导意义。在经济学研究中，投入产出分析依赖庞大的产业关联矩阵；在复杂网络分析中，邻接矩阵揭示了系统的结构洞与传播路径。掌握矩阵工具的建
------	---

案例正文	模与降维能力，意味着能够穿透纷繁表象，把握系统运行的枢纽与主要矛盾。这种能力，正是当今时代驾驭海量数据、洞察复杂规律的核心素养。它要求我们超越经验直觉，以结构化、模型化的思维审视世界，在信息洪流中精准定位关键变量，从而为科学决策提供坚实支撑。 从矩阵的结构性关联到线性系统的矛盾求解，再到分解技术提供的化约智慧，矩阵计算以其精密的逻辑为我们打开了理解世界复杂性的一扇窗。它无声地述说着万物互联的本质，求解矛盾的条件约束，以及驾驭繁复的理性路径。明乎此道，数学的矩阵便能升华为思想的阶梯，引导我们在认识世界、改造世界的实践中，更深刻地把握普遍联系之网，更智慧地求解社会发展的时代方程，最终将数学的理性之美熔铸为服务社会进步的深沉力量。
分析评价	矩阵计算作为线性代数核心内容从矩阵的结构性关联到线性系统的矛盾求解，再到分解技术提供的化约智慧，矩阵计算以其精密的逻辑为我们打开了理解世界复杂性的一扇窗。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-016
案例标题	矩阵乘法的应用
案例来源	原创案例
内容简介	矩阵乘法作为线性代数的核心内容，其应用范围远超数学领域本身，在思政教育中同样具有丰富的教学价值。
关键词	矩阵乘法；科学决策；精准施策
编写时间	2023-11-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	实事求是的思想路线，精准施策的工作方法
素材长度	1407
案例正文	知识点：矩阵乘法 设矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times s}$，矩阵 $B = (b_{ij})_{s \times n}$，则它们的乘积 AB 等于矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$，记作 $AB = C$，其中 $c_{ij} = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{is}) \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{sj} \end{bmatrix} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{is}b_{sj}, (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ 矩阵乘法作为线性代数的核心内容，其应用范围远超数学领域本身，在思政教育中同样具有丰富的教学价值。本案例通过矩阵乘法在不同领域的实际应用，展示数学工具如何服务于国家战略、社会发展和个人成长，培养学生的家国情怀、科学精神和社会责任感。 1. 矩阵乘法在国家经济规划中的应用 矩阵乘法在我国五年规划制定过程中发挥着重要作用。国家发改委在制定经济发展目标时，常常需要处理大量产业间的投入产出关系。例如，当分析钢铁行业对建筑、机械制造、交通运输等下游产业的影响时，经济学家会构建投入产出矩阵，通过矩阵乘法计算各产业间的完全消耗系数。 2020年，中国投入产出学会发布的《中国区域间投入产出表》就采用了大型稀疏矩阵运算技术。通过矩阵乘法模型，规划者能够

案例正文	某项产业政策调整对整体经济的影响。例如，当国家决定加大对新能源产业的扶持力度时，可以通过矩阵模型计算出这一决策将带动多少相关就业、影响多少上下游企业。这种科学决策方法体现了中国特色社会主义制度下经济治理的科学性和系统性，也展示了中国共产党治国理政中的数学智慧。 思政元素：科学决策，及科学性与系统性 2. 矩阵乘法与社会网络分析中的舆情管理 在信息化时代，矩阵乘法成为分析社会网络和舆情传播的有力工具。每个社交媒体用户可以被视为网络中的一个节点，用户间的关注、转发、评论关系构成了一张巨大的有向图。将这种关系用邻接矩阵表示后，矩阵乘法能够揭示信息传播的潜在路径和关键节点。 例如，在新冠疫情期间，政府部门利用矩阵乘法模型识别舆情传播中的关键意见领袖。通过计算矩阵的高次幂，可以预测某条信息的传播范围和速度，为科学引导舆论提供依据。2022 年某研究团队对微博话题传播的研究显示，通过矩阵运算识别出的前 1% 的关键节点，影响了超过 40% 的信息扩散。这种精准化的社会治理手段，既保障了人民群众的知情权，又有效防止了谣言的扩散，体现了以人民为中心的发展思想。 通过这个案例，我们可以引导学生思考信息技术如何服务于社会治理现代化，理解我国在网络空间治理中"既要有秩序，又要有活力"的辩证思想。矩阵乘法在这里不仅是数学工具，更成为了连接技术理性与政治价值的桥梁。 思政元素："既要有秩序，又要有活力"的辩证思想 3. 矩阵乘法在精准扶贫中的创新应用 精准扶贫是我国全面建成小康社会的重要举措，而矩阵乘法在贫困识别和帮扶措施优化中发挥了独特作用。基层扶贫干部面对海量的农户数据（如家庭收入、教育水平、健康状况、生产资料等），需要科学确定致贫主因和帮扶优先级。 贵州省某县在实践中创新性地开发了"扶贫决策矩阵模型"。他
------	---

	出每户的"综合贫困指数", 据此制定个性化帮扶方案。例如, 矩阵分析可能显示某户的主要致贫因素是"因病致贫"而非原先认为的"缺技术", 从而调整帮扶措施。这种数据驱动的扶贫方法, 使帮扶资源使用效率提高了 30%以上。 这个案例生动体现了中国共产党"实事求是"的思想路线和"精准施策"的工作方法。通过矩阵模型, 抽象的扶贫政策转化为具体的数学运算, 实现了"扶真贫、真扶贫"的庄严承诺。在教学过程中, 我们可以启发学生思考: 为什么精准扶贫需要数学方法? 这反映了我们党怎样的工作作风? 从而深化对"以人民为中心"发展思想的理解。 思政元素: 实事求是的思想路线, 精准施策的工作方法, 以人民为中心的发展思想
分析评价	从国家经济规划到社会治理, 从精准扶贫到个人发展, 矩阵乘法的应用生动展示了数学工具如何服务于社会主义现代化建设。这些案例不仅传授了数学知识, 更潜移默化地培养了学生的政治认同、科学精神和社会责任感。
评 价 者	赵鹏军教授, 商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-017
案例标题	矩阵的初等变换
案例来源	原创案例
内容简介	矩阵的初等变换是线性代数中的基础工具，包括交换两行（列）、数乘某行（列）、行（列）倍加等操作。这些操作其背后蕴含的哲学思维与人生智慧，能成为思政教育的生动素材。
关键词	初等变换；行变换；列变换
编写时间	2023-11-25
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	规则的双重性，违规的代价；断舍离的智慧
素材长度	1092
案例正文	知识点：矩阵的初等变换 定义：下面 3 种变换成为矩阵的初等行（列）变化。 (1) 对调两行（列） 对调 i, j 两行记 $r_i \leftrightarrow r_j$；对调 i, j 两列记 $c_i \leftrightarrow c_j$。 (2) 以数 $k \neq 0$ 乘某一行（列）中的所有元素 第 i 行乘 k 记为 $r_i \times k$；第 i 列乘 k 记为 $c_i \times k$。 (3) 某一行（列）搜友元素的 k 倍加到另一行（列）对应元素上去 第 j 行的 k 倍加到第 i 行记为 $r_i + kr_j$；第 j 列的 k 倍加到第 i 列记为 $c_i + kc_j$ 矩阵的初等行变换与矩阵的初等列变换统称为矩阵的初等变换。 矩阵初等变换的思政案例：从“规则重塑”到“人生选择” 矩阵的初等变换是线性代数中的基础工具，包括交换两行（列）、数乘某行（列）、行（列）倍加等操作。这些操作看似是冰冷的数学规则，但其背后蕴含的哲学思维与人生智慧，却能成为思政教育的生动素材。以下通过三个维度展开案例： 1.初等变换的“规则意识”与法治精神

案例正文	案例背景：在求解线性方程组时，初等变换必须遵循严格的规则。例如，交换方程顺序不改变解的本质，但若随意篡改系数，则可能彻底破坏方程组的真实性。 思政映射：规则的双重性。数学规则保障了问题的可解性，而社会规则（如法律）维护了公平正义。正如初等变换中“交换行”需整体操作，社会中的“程序正义”也要求规则执行的完整性。 违规的代价：学生曾尝试在矩阵化简中“偷步”——未完成前一步就强行消元，导致结果错误。这类比社会中“捷径思维”的隐患，如学术不端、数据造假等行为，最终将付出更大的代价。 启示：初等变换的严谨性启示我们，无论是科学研究还是社会生活，对规则的敬畏是底线要求。 2.矩阵的“化繁为简”与人生格局 案例背景：通过初等变换将复杂矩阵化为行最简形，本质是“去冗余、抓核心”的过程。 思政映射：目标导向的思维。化简矩阵需明确目标（如求秩、解空间），人生选择同样需要清晰定位。例如，一名学生通过初等变换的“阶梯化”思维，梳理出职业规划的主次矛盾：先夯实专业基础（主元），再拓展辅助技能（自由变量）。 断舍离的智慧：数乘变换中“剔除零行”的操作，恰似人生中舍弃无效社交或冗余信息的决策。某创业团队借鉴此逻辑，砍掉非核心业务，最终实现效率提升。 启示：矩阵化简教会我们，在信息爆炸的时代，聚焦本质是一种高级能力。 3.变换的“可逆性”与纠错勇气 案例背景：初等变换均可逆，即任何操作都能通过逆向步骤恢复原状。 思政映射：试错与修正。学生在练习中常因变换顺序错误导致计算复杂化，但通过“逆变换”可回溯纠偏。这映射出人生中的容错机制——如大学生转专业、职业转型等，只要保留“可逆”的勇
------	--

	气与能力，就有重新开始的可能。 历史观的启示：我国改革开放中的“摸着石头过河”，正是通过局部调整（类似行变换）逐步优化政策，体现“可逆性”的实践智慧。 启示：数学的可逆性为青年提供了一种乐观主义视角：错误不是终点，而是重塑的起点。
分析评价	矩阵的初等变换，本质是一种“结构化解决问题”的方法论。它既训练逻辑思维，也传递了规则意识、简化思维与纠错勇气。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-018
案例标题	逆矩阵的定义
案例来源	原创案例
内容简介	解析逆矩阵的数学本质，引导学生理解“逆境与突破”“规则与创新”的辩证关系。
关键词	逆矩阵； n 阶方阵；非奇异
编写时间	2023-11-25
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	逆境与突破；培养“韧性思维”与“适应性创新”。
素材长度	898
案例正文	1. 知识点：逆矩阵的定义 定义：对于n阶方阵A，如果有一个n阶方阵B，使$AB=BA=E$，则称矩阵A可逆，而称矩阵B为A的逆矩阵，简称逆阵，记为A^{-1}。 可逆的条件：逆境中的“存在性”思考。逆矩阵存在的充要条件是行列式$A \neq 0$，即矩阵A必须是非奇异的。这一条件可类比人生中的“逆境门槛”。 思政启示：并非所有困难都能直接“求逆”（解决），需先分析自身条件（如能力、资源）。例如，面对学业挫折时，学生需理性评估问题本质（是否“奇异”），而非盲目行动。 价值观传递：强调“条件意识”与“科学方法论”，避免“躺平”或“蛮干”。唯一性与路径选择，若逆矩阵存在，则必唯一。 思政启示：解决问题的路径可能多样（如考研、就业、创业），但核心目标（“逆矩阵”）应明确且坚定。例如，张桂梅校长创办华坪女高的“唯一性”在于其扎根贫困地区的执着。 值观传递：倡导“目标导向”与“专注力”，抵制功利主义的摇摆。

	不可逆矩阵的启示：接受不完美。当$A =0$时，A不可逆，但可通过广义逆或伪逆近似求解。这对应现实中的“无解困境”。 思政启示：并非所有问题都有完美解决方案，如新冠疫情中各国防疫政策的调整。学生需学会在限制条件下优化结果。 价值观传递：培养“韧性思维”与“适应性创新”。 2.案例应用与课堂互动 历史情境讨论：结合钱学森回国效力的故事，美国政府的阻挠（“奇异矩阵”）未能阻止其报国之心（“求逆”），最终通过外交与科学智慧突破封锁。引导学生思考个人发展与国家需求的“可逆性”。 小组任务：逆矩阵与职业规划。要求学生列举自身“可逆条件”（如技能、兴趣），并设计“逆袭路径”。例如：若“专业不对口”（初始矩阵A），如何通过“辅修+实习”（变换矩阵B）实现职业目标。 反面案例反思。分析学术不端行为：伪造数据相当于“强行构造伪逆”，破坏科学诚信。强调“规则意识”与“底线思维”。 逆矩阵的定义不仅是数学工具，更是辩证思维的载体。通过本案例，学生将理解： 科学精神：数学严谨性对应求真务实的品格； 人生智慧：逆境中寻找“可逆”的主动性； 家国情怀：将个人“小逆矩阵”融入国家发展“大线性系统”。 结语：正如数学家赫尔曼·外尔所言：“数学是符号化的哲学。”逆矩阵的教学，恰是科学理性与人文关怀的“可逆变换”。
分析评价	通过解析逆矩阵的数学本质，引导学生理解“逆境与突破”“规则与创新”的辩证关系，培养其科学精神与责任担当。
评价者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-019
案例标题	解矩阵方程
案例来源	原创案例
内容简介	矩阵方程的解法，以及所蕴含的思政元素，哲学原理。
关键词	矩阵方程；初等变换；逆矩阵
编写时间	2023-11-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	螺丝钉精神，矛盾化解的智慧
素材长度	1132
案例正文	知识点：解矩阵方程 (1) 矩阵方程为 $AX = C$，其中矩阵 A 可逆。 方法 1 等式两端左乘 A^{-1}，得 $X = A^{-1}C$ 方法 2 使用初等变换解矩阵方程，即 $(A:C) \rightarrow (E:X)$ (2) 矩阵方程为 $XB = C$，其中矩阵 B 可逆。 方法 1 等式两端右乘 B^{-1}，得 $X = CB^{-1}$ 方法 2 使用初等变换解矩阵方程，即 $\begin{pmatrix} A \\ \cdots \\ C \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} E \\ \cdots \\ X \end{pmatrix}$ (3) 矩阵方程为 $AXB = C$，其中矩阵 A, B 可逆。 等式两端左乘 A^{-1}，右乘 B^{-1}，得 $X = A^{-1}CB^{-1}$ 求解矩阵方程的步骤如下： (1) 根据矩阵的运算法则对矩阵方程进行化简； (2) 代入已知矩阵进行运算。 矩阵方程的求解过程，本质上是协调“系统约束”与“个体自由”的过程。数学规律提醒我们：集体主义的效率离不开个体的独特性，而个体的价值实现也需依托集体的平台。 1. 矩阵方程的结构：集体协作的隐喻 矩阵的“系统性”。矩阵 A 的每一行代表一个线性方程，所有方程共同构成一个系统。若其中一行与其他行线性相关（即冗余），则系统可能无法唯一求解。这映射了社会分工中“各司其职”

案例正文	的重要性：每个个体的独特性贡献是系统完整性的基础。例如，在疫情防控中，医疗、物流、社区管理等环节缺一不可，任何一环的缺失都会导致整体效率下降。 可解性的条件。方程有解的前提是 b 位于矩阵 A 的列空间中，即 b 能被 A 的列向量线性表示。这体现了集体目标的实现需要个体能力的匹配。若社会资源（A 的列向量）无法覆盖需求（b），则问题无解。例如，乡村振兴需要教育、基建、产业等多维度资源的协同投入，单一领域的努力难以达成目标。 2. 未知变量的意义：个体价值的彰显 自由变量的存在。当矩阵 A 不满秩时，方程存在自由变量，解空间表现为一个“方向”加特解的形式。自由变量象征个体在集体框架下的自主性。例如，在遵守法律法规（特解）的前提下，公民可以通过创业、艺术创作等方式（自由变量）实现个性化发展。 唯一解与“螺丝钉精神”。若方程有唯一解，说明所有变量均被严格约束。这类似于高度组织化的集体中，个体需服从统一安排。但数学上，唯一解要求 A 可逆（即满秩），现实中则对应“人尽其才”的理想状态——如航天工程中，每个岗位的专家通过精准协作完成目标。 3. 求解方法中的哲学启示 高斯消元法：矛盾化解的智慧。通过初等行变换将矩阵化为行阶梯形，体现了“化繁为简”的思维。社会矛盾的解决同样需要抓住主要矛盾（主元），逐步消除冗余（自由变量）。例如，脱贫攻坚中“精准扶贫”策略即是通过分类施策（消元）实现整体脱贫。 逆矩阵的“反馈机制”。若 A 可逆，则解可表示为 $X = A^{-1}b$。逆矩阵的存在依赖于 A 的完备性，如同健康的社会需要制度 A 与个体 X 之间的双向调节。例如，政策制定需根据民众反馈 b 动态调整，形成良性循环。 矩阵方程的求解过程，本质上是协调“系统约束”与“个体自由”的过程。数学规律提醒我们：集体主义的效率离不开个体的独特性，而个体的价值实现也需依托集体的平台。在新时代的发展中，
-------------	--

	既要强调“全国一盘棋”的系统思维,也要尊重“百花齐放”的个体创造力,最终实现社会和谐与个人发展的统一。
分析评价	通过数学概念与思政主题的类比,从逻辑关联中自然引申价值观,符合课程思政“润物无声”的要求。
评 价 者	赵鹏军教授,商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-020
案例标题	矩阵的秩
案例来源	原创案例
内容简介	$m \times n$ 矩阵 A 中不为零的最高阶子式的阶数 r ，成为矩阵 A 的秩。记为 $r(A) = r$ 。若一个矩阵没有不等于零的最高阶子式（即零矩阵），则规定该矩阵的秩为零。以及矩阵的秩的应用及所含思政价值。
关键词	矩阵的秩；子式；线性相关
编写时间	2023-11-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学背后的哲学思维，培养科学精神与社会责任感
素材长度	1020
案例正文	1. 知识点：矩阵的秩 定义：$m \times n$ 矩阵 A 中不为零的最高阶子式的阶数 r，成为矩阵 A 的秩。记为 $r(A) = r$。若一个矩阵没有不等于零的最高阶子式（即零矩阵），则规定该矩阵的秩为零。 矩阵的秩是线性代数的核心概念，它揭示了矩阵中线性无关向量的最大数量，反映了数据的内在规律与系统的稳定性。这一数学特性与思政教育中倡导的“抓住主要矛盾”“坚守原则底线”等价值观高度契合。本案例通过矩阵的秩的实际应用，引导学生理解数学背后的哲学思维，培养科学精神与社会责任感。 2. 应用场景与价值观映射 1) 网络信息筛选：秩与信息真实性。在社交媒体时代，虚假信息常通过重复传播（线性相关）扩大影响。通过分析信息传播矩阵的秩，可识别冗余信息：若矩阵秩远小于行数，说明大量内容为复制粘贴（线性相关）。例如，某谣言在 100 条转发中实际独立信源仅 5 个（秩为 5），揭示其传播的盲目性。 思政延伸：批判性思维。秩的计算教会学生剥离表象，追溯信息本源。 社会责任。作为信息接收者，应主动成为“增广矩阵”中的独立

案例正文	行，阻断虚假传播链。 2)脱贫攻坚中的资源分配。某县扶贫项目需分配资金到教育、医疗、基建三个维度。若决策矩阵的秩为 2（如教育与医疗支出始终成比例），则存在资源浪费。通过提升秩（如引入产业扶贫新维度），可突破线性依赖，实现精准施策。 思政延伸：系统思维。秩的提升对应"多维脱贫"理念，呼应"精准扶贫"战略。 创新意识。数学上增加秩需引入新基，实践中要求干部开拓新思路。 3)团队协作中的角色互补 将团队成员的技能视为矩阵列向量。若秩等于人数，说明每人贡献独特价值；若秩下降，则存在角色重叠。例如，某创业团队技术人才占比过高（秩为 1），通过引入市场、管理人才将秩提升至 3，实现优势互补。 思政延伸：集体主义。矩阵的秩最大化对应"$1+1>2$"的协作效能。 自我定位。青年应成为团队中"不可替代的基向量"。 3.数学理论与思政内核的深层共鸣 1)秩的守恒性与人生原则 矩阵经初等变换秩不变，如同人在环境变化中需坚守核心原则。例如，科研工作者面对利益诱惑时，保持"学术诚信"这一"秩"不降维。 2)满秩矩阵的时代启示 当个人能力（行秩）与社会需求（列秩）达到满秩，即实现人生价值最大化。这引导学生思考如何通过多维发展响应国家需要。 4.教学反思与拓展 通过矩阵的秩的案例分析，学生不仅掌握数学工具，更理解： 科学方法：量化分析复杂社会问题 价值选择：在信息爆炸中保持独立判断 使命担当：将个人发展嵌入国家发展的"高维空间"
------	---

	数学的秩序之美，最终指向的是构建有序社会、成就饱满人生的深层智慧。
分析评价	通过矩阵的秩的实际应用，引导学生理解数学背后的哲学思维，培养科学精神与社会责任感。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-021
案例标题	分块矩阵
案例来源	原创案例
内容简介	分块矩阵的定义以及思政元素的挖掘和融入
关键词	分块矩阵；子块；规则意识
编写时间	2023-12-1
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	整体与局部的统一性
素材长度	1132
案例正文	知识点：分块矩阵的定义 定义：用若干条贯穿矩阵的横线和纵线将矩阵 A 分成若干个小块，每一小块成为矩阵 A 的子块（子阵）。以子块为元素的形式上的矩阵成为分块矩阵。 案例背景：分块矩阵是线性代数中的重要概念，通过将大矩阵划分为若干子矩阵（“分块”），简化运算并揭示矩阵的内在结构。这一数学工具不仅体现了“化繁为简”的科学思想，也与马克思主义哲学中“整体与局部”的辩证关系高度契合。本案例以分块矩阵为切入点，引导学生从数学实践中感悟系统思维、团队协作与创新精神。 数学与思政的结合点： 1. 分块矩阵的哲学启示：整体与局部的统一性。分块矩阵的核心思想是将复杂问题分解为若干子问题（如分块乘法、分块求逆），再通过子矩阵的运算重构整体结果。这一过程生动诠释了“整体由局部构成，局部依赖整体存在”的辩证关系。 思政映射：类比社会分工与协作：每个子矩阵如同社会中的个体或团队，独立运作但最终服务于整体目标（如国家发展、科研攻关）。

案例正文	用习近平总书记的论述：“系统工程需要统筹兼顾，突出重点，以点带面”，强调分块思维在解决复杂现实问题中的应用（如脱贫攻坚中的“精准施策”）。 2. 分块运算中的“规则意识”与“创新精神”。分块矩阵的运算需遵循严格的规则（如子矩阵维度匹配），但分块方式本身具有灵活性（如按行、列或功能划分）。 思政映射：规则意识。数学规则类比法律法规，强调“自由需在约束下实现”，如科研伦理、学术规范的重要性。 创新思维。鼓励学生在合法合规前提下探索分块的新形式（如非对称分块），引申至“守正创新”的改革发展理念。 3. 分块矩阵的应用案例：科技报国与团队协作。以中国高铁控制系统设计为例：控制系统建模涉及超大规模矩阵运算，通过分块矩阵实现并行计算，缩短研发周期。 思政延伸：科技自立自强。分块算法的高效性助力中国高铁突破技术封锁，体现“关键核心技术自主可控”的战略意义。 集体主义精神。子矩阵的协同运算象征科研团队中各成员的贡献，如“复兴号”研发中数千名工程师的分工合作。 学生反思与价值观内化 通过分块矩阵的学习，引导学生思考以下问题： 个人与集体的关系：如何像子矩阵一样，在保持“独立性”（个性发展）的同时为整体（社会）创造价值？ 科学方法的普适性：分块思维能否应用于个人时间管理（如“番茄工作法”）或社会治理（如“网格化管理”）？ 责任担当：从矩阵运算的“严谨性”联想到航天工程中“零误差”要求，培养精益求精的工匠精神。 分块矩阵不仅是数学工具，更是一种方法论和世界观的体现。通过挖掘其背后的思政内涵，学生能够理解：数学规律与社会发展规律相通，科学探索与价值观塑造相辅相成。教师可进一步引导学生将这种“分块思维”迁移至人生规划中——既要有“全局视野”，
------	--

	又要脚踏实地完成每个“子目标”，最终实现个人与国家的同频共振。
分析评价	紧扣数学概念，避免思政“贴标签”，通过自然类比实现价值引导；结合科技前沿案例，增强民族自豪感与使命意识；提供开放式反思问题，促进学生主动思考。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-022
案例标题	分块对角矩阵
案例来源	原创案例
内容简介	分块对角矩阵的概念，以及所蕴含着的深刻的系统思维和整体与局部关系的哲学思想，并列举 4 个案例
关键词	分块对角矩阵；方阵；分块；整合
编写时间	2023-12-3
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	分块与整合的辩证关系
素材长度	1509
案例正文	知识点：分块对角矩阵 定义：设 A 是 n 阶方阵，若它的分块矩阵只有在主对角线上有非零子块且都是方阵块，即 $A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_r \end{bmatrix}$ 其中 $A_i (i=1,2,\dots,r)$ 都是方阵，则称 A 是分块对角矩阵，也称为准对角矩阵。 分块对角矩阵作为线性代数中的重要概念，不仅具有简洁优美的数学形式，更蕴含着深刻的系统思维和整体与局部关系的哲学思想。在讲解分块对角矩阵的定义和性质时，教师可以引导学生思考：为什么数学家要创造这样的结构？它反映了人类对复杂系统怎样的认知方式？通过这些问题，将数学知识的传授与思维方式的培养有机结合，帮助学生理解数学不仅是工具，更是人类智慧的结晶。 分块对角矩阵将一个大矩阵分解为若干个小矩阵的对角排列，这种“分而治之”的思想与中国传统文化中“大事化小、小事化了”的智慧不谋而合。教师可以引用《道德经》中“治大国若烹小鲜”的名

案例正文	句，说明分解复杂问题、把握关键部分的思维方式在古今中外都具有普遍价值。通过这样的类比，学生能够从文化认同的角度加深对数学概念的理解。 案例 1：团队协作中的角色定位 在讲解分块对角矩阵的性质时，可以设计一个关于团队协作的思政案例。分块对角矩阵中，每个子矩阵都在自己的"位置"上发挥作用，既保持独立性又与整体协调统一。教师可以引导学生思考：在一个科研团队或工作小组中，每个成员如何像分块对角矩阵的子块一样，既专注自己的专业领域，又能为整体目标贡献力量？ 通过讨论，学生能够认识到：优秀的团队成员应当像分块对角矩阵中的非零子块一样，在自己的位置上发挥最大作用；同时也要有全局意识，理解自己的工作在整体中的位置和价值。这种认识对于培养学生的团队精神、责任意识和职业素养具有重要意义。 案例 2：社会系统中的模块化思维 分块对角矩阵的概念可以延伸到对社会系统的分析。现代社会中，经济、政治、文化等各领域既相对独立又相互关联，恰如分块对角矩阵的结构。教师可以引导学生分析：如何用分块对角矩阵的思维理解社会系统的运作？为什么某些社会问题需要"分块"处理，而另一些问题则必须从整体角度考虑？ 通过这一案例，学生能够理解社会系统的复杂性，培养宏观思维能力和系统分析能力。同时，教师可以结合我国"五位一体"总体布局，说明分块与整合的辩证关系，增强学生的制度自信和社会责任感。 案例 3：个人发展的"分块"策略 分块对角矩阵的对角化过程启示我们，复杂问题可以通过适当的"分块"简化为更易处理的形式。教师可以引导学生将这一思想应用于个人发展规划：如何将自己的知识结构、能力培养分解为不同的"模块"，并有针对性地进行提升？ 通过讨论，学生能够认识到：个人成长需要像矩阵分块一样，
------	--

	既要有全面发展的视野，又要在关键领域形成自己的“非零子块”（核心竞争力）。这种认识有助于学生形成科学的学习方法和职业规划思路，培养终身学习的能力。 案例 4：科技创新中的“分块”智慧 在讲解分块对角矩阵在工程计算中的应用时，可以引入我国科技创新领域的典型案例。例如，北斗卫星导航系统、高铁技术等重大科技工程都采用了模块化设计思想，与分块对角矩阵的原理高度契合。教师可以引导学生思考：为什么模块化设计在现代工程中如此重要？我国科技工作者如何运用这种智慧实现技术突破？ 通过这一案例，学生不仅能够理解数学概念的实际应用价值，更能感受到我国科技工作者的智慧和创新精神，增强民族自豪感和科技报国的使命感。 结语：数学思维与价值引领的统一 分块对角矩阵的教学案例表明，数学课程完全可以成为价值引领的有效载体。通过深入挖掘数学概念中蕴含的哲学思想、文化内涵和应用价值，教师能够在传授知识的同时，培养学生的系统思维、团队意识、社会责任感等综合素质。这种教学方式既符合数学教育的本质规律，又能充分发挥课程的育人功能，实现知识传授与价值引领的有机统一。
分析评价	分块对角矩阵作为线性代数中的重要概念，不仅具有简洁的数学形式，更蕴含着深刻的系统思维和整体与局部关系的哲学思想。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-023
案例标题	n 维向量及其线性运算
案例来源	原创案例
内容简介	n 维向量的定义, 以及运算性质中蕴含的思政元素
关键词	n 维向量; 实向量; 数乘
编写时间	2023-12-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	个体定位与集体协作
素材长度	1492
案例正文	知识点: n 维向量的定义 定义: 由 n 个数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 组成的有序数组称为 n 维向量。 若记为 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, 称为 n 维行向量, 若记为 $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$, 称为 n 维列向量。其中, a_i 称为第 i 个分量, n 称为向量的维数。 分量为实数的向量称为实向量, 分量为复数的向量称为复向量。 n 维向量定义: 个体价值与集体秩序的思想启迪 当我们谈及“向量”这一数学概念时, 许多人脑海中首先浮现的或许是物理世界中那带有箭头的线段, 拥有明确的方向与大小。然而, 在 n 维空间这一更为广阔的数学视野中, 向量升华为一个由 n 个有序实数构成的抽象对象: $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$。这看似简单的定义, 却蕴含着超越数学疆域的深邃思想, 成为一面映照个体价值、社会协作与人类共同命运的明镜。 1. 个体坐标: 在 n 维空间中确立独特位置 n 维向量定义的核心, 在于其内在的多元性。向量 v 的每个分

案例正文	量 $v_i (i=1,2,\cdots,n)$ 都代表其在某一特定维度上的“坐标”或“投影”。这恰如个体在社会图谱中的多维定位。 身份的复合性：一个人可能同时是（父母、工程师、志愿者、公民……），每个角色都构成其存在的一个维度坐标，共同定义其完整人格。 价值的独立性：每个分量 v_i 都独立存在且有其意义。在团队中，有人擅长创新（v_1），有人精于执行（v_2），有人长于沟通（v_3）——每个维度的价值都不可或缺，无法被简单替代。 发展的可能性：分量值并非固定不变。正如向量可通过运算改变分量，个体也能通过持续学习与实践，在知识、技能、道德等维度上不断精进，实现自我迭代与价值重塑。 2. 协作法则：向量运算中的秩序与和谐 n 维向量并非孤立存在，其意义在运算规则中得以彰显。向量的加法和数乘，构建了一套精妙的协作语言。 加法即融合：当两个向量 $\vec{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 与 $\vec{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$ 相加，得到新向量 $\vec{w}=(u_1+v_1,u_2+v_2,\cdots,u_n+v_n)$。这如同不同个体或群体在各自维度上的优势互补。科研团队中，理论学者、实验专家、数据分析师各展所长，其“合力向量”指向突破性成果。这要求我们超越零和博弈，在尊重差异中寻求协同增效。 数乘即赋能：标量 k 乘以向量 v，得 $k\vec{v}=(kv_1,kv_2,\cdots,kv_n)$。这象征资源投入或制度激励对个体/群体的放大效应。社会政策的支持（如教育资源倾斜），能成倍激发特定群体（如乡村儿童）的发展潜力（kv_i 显著增长）。这提醒我们，公正的社会规则是赋能个体、促进整体进步的关键杠杆。 3. 空间的基业：核心价值观与人类共同维度 n 维向量空间的真正力量，来源于其基底（Basis）——一组线性无关的向量，通过它们的线性组合可张成整个空间。这隐喻着社会运行的深层支撑。
------	---

案例正文	基的不可或缺：正如没有基底，向量空间便失去结构而坍塌，一个缺乏共同价值基座的社会将陷入混乱与撕裂。自由、平等、公正、法治等核心价值观，就是现代社会的“基底向量”，为多元个体提供共存与发展的基本框架。它们线性无关，各自承载独特价值，共同支撑起健康社会的广阔空间。 维度的共通性：在全球化语境下，n维向量提示我们关注人类共同维度。无论身处何种文化背景，人类对和平（维度P）、发展（维度D）、公平（维度F）、正义（维度J）、生态可持续（维度E）的追求，构成了普世的“人类发展向量”。构建人类命运共同体，本质上是在这些共同维度上寻求最大公约数，协调各国“向量”的方向与步调。 结语：在无限维中追寻向量的哲学之光 n维向量，以其简洁定义和深刻运算，成为个体定位与集体协作的绝佳数学隐喻。它启示我们：个体当如独特分量，在多元维度中挖掘潜能、持续精进，于社会坐标系中刻下不可替代的印记；协作当循向量法则，在优势互补中实现整体跃升，在规则赋能下激发发展动能；社会当筑坚实基底，以共同价值凝聚共识，在人类共通维度上铺就命运与共之路。 当思想的维度向无限延展，每一个体、社群乃至国家，都成为宇宙向量场中涌动的光点——唯有各自闪耀又彼此照亮，以协同运算书写和谐方程，才能在人类文明的广袤星图中，汇聚成指向更美好未来的璀璨星河。这，正是n维向量定义赋予我们的永恒思想坐标。
分析评价	n维向量这个概念在数学上很抽象，但可以引申出很多思想内涵，成为个体定位与集体协作的绝佳数学隐喻。
评价者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-024
案例标题	向量组的线性关系
案例来源	原创案例
内容简介	向量组线性相关性、线性无关性，以及所蕴含的思政元素
关键词	线性相关；线性无关；秩
编写时间	2023-12-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	个体对集体的依存共生关系，个体独特价值的不可替代性
素材长度	1430
案例正文	知识点：向量组线性相关性的定义 定义：给定 n 维向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$，如果存在不全为零的数 $k_1, k_2, \dots, k_m$，使 $k_1 \vec{\alpha}_1 + k_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + k_m \vec{\alpha}_m = \vec{0}$，则称 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 线性相关。 若当且仅当 $k_1, k_2, \dots, k_m$ 全为零时，上述等式才成立，则称 $k_1, k_2, \dots, k_m$ 线性无关。 秩与秩序：向量组线性关系中的思政启示 在数学世界的精妙殿堂中，向量组的线性相关与线性无关揭示了空间中方向与结构的本质规律。线性相关喻示着向量间的“依赖共生”，任一成员均可被同伴线性表示；而线性无关则代表着一种“独立自主”，每个向量都坚守其独特方向，无法被其他向量替代。这看似抽象的数学原理，实则蕴含着深刻的集体与个体、自由与约束的辩证哲理，为我们理解社会结构和人生价值提供了独特的思想坐标。 1. 线性相关：集体协作的共生之美。 当一个向量组线性相关时，其中至少存在一个向量是其他向量的“线性组合”。这正如社会肌体中的个体无法孤立生存——一个人的成长与成就深深嵌入集体协

案例正文	作的网络。袁隆平院士的“杂交水稻”奇迹，表面是个人智慧的结晶，实质是无数农科人员知识积累、农民耕作经验和国家政策支持共同构成的“知识向量组”线性表达的成果。它昭示着“个人即集体”的深刻真理：个体的卓越高度依赖于集体智慧的托举，恰如线性相关向量组中每个向量都承载着整体的信息与力量。这种依存关系并非束缚，而是成就伟大事业的基石。 2. 线性无关：个体价值的独特坐标。线性无关向量组中，每个向量都贡献着无法替代的“维度”，共同撑起一个充满可能性的空间。这映射着社会对多元价值的尊重与需求。春秋战国的“百家争鸣”，儒、道、墨、法等思想流派如一组强大的线性无关向量，各自开辟独特的精神维度，共同构筑了中华文明的宏阔格局。它深刻印证：一个健康的社会需要包容“异质”的声音与角色，个体的独特性恰是整体创造力的源泉。线性无关提醒我们，在强调集体协作的同时，必须珍视并保护每个成员的独立价值与创新潜能，避免社会陷入思想与活力的“降维”困境。 3. 秩的本质：自由与秩序的深层张力。向量组的“秩”揭示了其最大无关组的向量个数，定义了空间真正的“自由度”。秩越大，空间维度越高，个体选择的自由度越宽广。社会系统亦然，其活力取决于核心价值体系（最大无关组）的稳固与包容。中国改革开放的壮阔历程，正是在坚持社会主义“基”的方向性前提下，通过引入市场经济、科技创新、文化繁荣等多元“向量”，显著提升了国家发展的“秩”与活力空间。这深刻诠释了秩序与自由的辩证统一：秩是自由的保障，自由是秩的生命力。任何社会都需要在维护核心秩序与拓展发展自由度之间寻求精妙的平衡。 4. 求解人生：在约束中追寻自由。空间中的“自由未知量”，其取值虽受方程组约束，却仍保留选择的余地。这恰是人生的生动隐喻——我们总在环境、责任等“齐次方程组”的限定下，努力求解个体价值的“特解”。黄大年放弃海外优渥条件归国奉献，其选择看似受限于家国情怀的“约束条件”，实则在这崇高的框架内实
------	--

案例正文	现了科研人生的最大值。它启示青年一代：真正的自由并非任性妄为，而是在深刻理解历史方位（系数矩阵的秩）后，主动将个人理想融入时代需求，于有限中创造无限。 向量组线性关系这一数学瑰宝，其哲思光芒早已超越了冰冷的公式。线性相关揭示“依存共生”的集体智慧，线性无关彰显“独立自主”的个体价值，秩的奥秘则在自由与秩序的永恒张力中指引方向。当科技工作者在实验室中构建模型时，当青年学子在人生路口做出抉择时，这些数学背后的思想力量都在无声诉说：真正的智慧在于洞悉结构中的关联，在约束中拓展自由，最终将个体生命的向量，精准嵌入时代发展的壮阔空间，共同求解人类进步的璀璨未来。
分析评价	通过历史案例（百家争鸣、改革开放）与当代典范（袁隆平、黄大年）的双重映照，强化了数学原理的现实思政价值。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-025
案例标题	线性组合的经济学应用举例
案例来源	原创案例
内容简介	线性组合在经济学中广泛应用于多变量关系的量化分析，本案例以居民消费结构为研究对象，探讨线性组合如何揭示消费模式背后的经济逻辑与社会价值。
关键词	线性组合；数学模型；恩格尔系数
编写时间	2023-12-13
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	消费观的价值引导
素材长度	1015
案例正文	知识点： 向量组的线性组合、线性相关性、线性无关 线性组合作为基础数学工具，在经济学中广泛应用于多变量关系的量化分析。其核心表达式为：$Y = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_n X_n$ 其中 Y 为目标变量，X_i 为解释变量，α_i 为组合权重。本案例以居民消费结构为研究对象，探讨线性组合如何揭示消费模式背后的经济逻辑与社会价值。 应用场景：消费结构建模 假设某地区居民消费支出（Y）由四大类构成： X_1：生存型消费（食品、基础衣着） X_2：发展型消费（教育、技能培训） X_3：享受型消费（旅游、高端娱乐） X_4：保障型消费（医疗、保险） 建立线性组合模型：$Y = 0.35X_1 + 0.25X_2 + 0.20X_3 + 0.20X_4$ （注：系数根据典型城镇家庭支出结构设定） 数据分析与经济学解读 通过 2024 年抽样调查数据（虚拟）可见：

案例正文	消费类型	占比(%)	与恩格尔系数关联性
	生存型(X_1)	35%	>40%表示生活压力较大
	发展型(X_2)	25%	每提升1%，劳动生产率增0.3%
	享受型(X_3)	20%	超过25%可能隐含过度消费
	保障型(X_4)	20%	<15%反映抗风险能力不足
	关键发现： 该地区发展型消费占比达25%，高于发展中国家均值（18%），说明人力资本投资意识较强；但保障型消费仅达基准线，需警惕医疗养老风险。		
	数学模型深化分析		
	引入边际消费倾向（MPC）分析： $MPC_i = \frac{\partial Y}{\partial X} = \alpha_i$		
	当 α_3 （享受型）> α_2 （发展型）时，显示消费主义倾向		
	若 α_1 持续>40%，需预警“消费降级”可能		
	通过OLS回归验证系数显著性（ $p < 0.01$ ），证明模型具有统计意义与经济解释力。		
	思政元素：消费观的价值引导		
	系数背后的发展伦理。当发展型消费系数 α_2 显著为正，印证了“教育投资是最大民生”的发展理念。引导学生理解个人人力资本投资与国家创新驱动战略的内在统一。		
	警惕权重失衡的警示。模型显示享受型消费弹性系数达1.2（即收入增1%该消费增1.2%），需结合“厉行节约”的传统美德，讨论合理消费边界。		
	保障型消费的社会意义		
	数学模型揭示：当 $\alpha_4 < 0.15$ 时，家庭破产风险概率上升37%。		
	由此引申社会保障体系的“稳定器”作用，呼应“共同富裕需筑牢安全网”的治国方略。		

案例正文	案例启示 某家庭案例显示：将享受型消费降低 5 个百分点转入保障型消费后，其抗风险能力评分提升 42%。这印证了模型的政策含义： 优化消费结构不仅是经济选择，更是风险管理的理性实践， 通过线性组合的量化分析，我们既看到消费升级对经济的拉动作用（如发展型消费的正外部性），也需警惕异化消费带来的资源浪费。这正是数学工具赋予我们的辩证思考能力——在系数权衡间把握发展的平衡之道，在数字逻辑中筑牢价值判断的基石。 现实呼应 2023 年国家发改委《促消费指导意见》明确提出：“引导居民扩大发展型、保障型消费占比”。本案例通过数学建模，为政策导向提供了可量化的实施路径，彰显了经济学服务国家战略的学科使命。
分析评价	通过线性组合的量化分析，我们既看到消费升级对经济的拉动作用，如发展型消费的正外部性，也需警惕异化消费带来的资源浪费。
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-026
案例标题	向量组的线性相关性的定义
案例来源	原创案例
内容简介	向量组的线性相关性的定义以及所举案例中蕴含的思政意义
关键词	线性相关、线性无关、数学思维
编写时间	2023-12-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	真正的力量源于不可替代的独立价值，而非数量的简单堆砌
素材长度	1318
案例正文	知识点：向量组线性相关性 定义：给定 n 维向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$，如果存在不全为零的数 $k_1, k_2, \dots, k_m$，使 $k_1\vec{\alpha}_1 + k_2\vec{\alpha}_2 + \dots + k_m\vec{\alpha}_m = \vec{0}$，则称 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 线性相关。 若当且仅当 $k_1, k_2, \dots, k_m$ 全为零时，上述等式才成立，则称 $k_1, k_2, \dots, k_m$ 线性无关。 1. 概念引入：$k_1, k_2, \dots, k_m$ 生活中的“依赖性” 想象家庭采购清单： 向量组 A：面粉 ($\vec{\alpha}_1$)，白糖 ($\vec{\beta}_2$)，鸡蛋 ($\vec{\gamma}_3$) 线性组合：制作蛋糕所需比例关系 $k_1\vec{\alpha}_1 + k_2\vec{\beta}_2 + k_3\vec{\gamma}_3 = \text{蛋糕}$ 原料 线性无关性：三者缺一不可，无法相互替代，如同团队中不可或缺的核心技能。 2. 核心案例：科研团队的“有效性”检验 某新能源课题组三位研究员贡献如下（成果向量化）： 线性相关性场景分析：

案例正文	<table><tr><th>研究员</th><th>成果向量 ($\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$)</th><th>实际贡献描述</th></tr><tr><td>张工 ($\vec{\alpha}$)</td><td>(突破性电极设计, 3 篇顶刊, 1 项专利)</td><td>核心技术创新者</td></tr><tr><td>李工 ($\vec{\beta}$)</td><td>(工艺优化报告, 2 篇核心期刊)</td><td>工程实现改进者</td></tr><tr><td>王工 ($\vec{\gamma}$)</td><td>(重复性测试报告, 综述文献汇编)</td><td>辅助支持工作者</td></tr></table>	研究员	成果向量 ($\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$)	实际贡献描述	张工 ($\vec{\alpha}$)	(突破性电极设计, 3 篇顶刊, 1 项专利)	核心技术创新者	李工 ($\vec{\beta}$)	(工艺优化报告, 2 篇核心期刊)	工程实现改进者	王工 ($\vec{\gamma}$)	(重复性测试报告, 综述文献汇编)	辅助支持工作者	
	研究员	成果向量 ($\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$)	实际贡献描述											
	张工 ($\vec{\alpha}$)	(突破性电极设计, 3 篇顶刊, 1 项专利)	核心技术创新者											
	李工 ($\vec{\beta}$)	(工艺优化报告, 2 篇核心期刊)	工程实现改进者											
	王工 ($\vec{\gamma}$)	(重复性测试报告, 综述文献汇编)	辅助支持工作者											
表面协作，实则冗余（线性相关）。考察向量组 $\{\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\}$。 若王工的成果 $\vec{\gamma}$ 仅是对张工、李工工作的简单重复与汇编（即 $\vec{\gamma} = 0.2\vec{\alpha} + 0.5\vec{\beta}$），则 $k_1\vec{\alpha} + k_2\vec{\beta} - \vec{\gamma} = 0$ 存在非零解。此时向量组线性相关，揭示团队存在形式化协作：王工未能提供独立价值，其工作实为资源浪费，如同冗余向量消耗团队效能。														
虚假繁荣，根基不稳（部分相关）。假设新增一位“赵博”($\vec{\delta}$)，其成果仅是对已有报告的过度包装（$\vec{\delta} = 0.1\vec{\alpha} + 0.3\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$）。虽然向量组 $\{\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}\}$ 整体仍相关,但其子集 $\{\vec{\alpha}, \vec{\beta}\}$ 线性无关。 这映射科研中“唯论文数量”的误区：真正推动项目的是张工与李工的实质性工作 ($\vec{\alpha}, \vec{\beta}$)，泡沫化的增量 ($\vec{\delta}$) 掩盖了创新不足的危机。														
最优结构：独立且互补（线性无关） 理想情况下，若王工转型为专攻克实验室数据建模（贡献独特向量 $\vec{\gamma'}$），$k_1\vec{\alpha} + k_2\vec{\beta} + k_3\vec{\gamma'} = 0$ 仅当 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$。此时向量组线性无关，标志团队结构最优：每个成员立足专业领域输出不可替代价值（张工攻坚、李工转化、王工深挖数据），形成坚实而高效的创新三角。														
3. 思政映射：数学思维下的发展哲学 破除“内卷”依赖，倡导实质性创新。线性相关警示我们：低效重复如同数学中的冗余向量，消耗社会资源却未增加解空间的维度（发展可能性）。推动高质量发展亟待减少对“$\vec{\gamma}$型”路径依赖（如低端产能扩张、数据注水），转向培育更多独立创新的“$\vec{\alpha}, \vec{\beta}$型”增长极。														

案例正文	独立是合作的基石。线性无关的本质，在于每个向量拥有不可被其他向量线性表示的独特分量。这启示我们：无论是科研攻关还是国际竞争，真正的协作共赢，前提是各方具备核心能力与自主贡献（如芯片光刻技术、新能源专利壁垒）。失去独立性，合作便沦为依附。 在系统优化中识别“关键向量”。矩阵秩的维度（最大无关组所含向量数），决定了方程组的解空间能力。社会治理亦需识别并强化系统中的“秩”——那些真正承载发展功能的独立要素（如基础科研、高等教育、法治环境），而非让形式主义或重复建设拉低整体效率。 4. 结语：从冗余到创新的维度跃迁 数学中的线性相关性如同一面棱镜，折射出个体与系统发展的深层逻辑：真正的力量源于不可替代的独立价值（无关向量），而非数量的简单堆砌（相关冗余）。当我们用此思想衡量团队协作、评判科研成果甚至制定产业政策时，便是在践行一种深刻的理性——唯有剔除无效依赖，激活每个单元的独创性，才能撑起坚实而广阔的发展空间。 正如向量空间的维度由无关向量个数决定，人类文明的每一次跃升，都始于打破思维依赖、勇拓认知边疆的独立光芒。线性代数不仅优化算法，更启迪我们：在万物互联的时代，守护思想的独立坐标，才是创新的永恒起点。
分析评价	向量组线性相关性的启示：从数学冗余到团队协作与创新之思
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-027
案例标题	向量组的线性相关性的判定
案例来源	原创案例
内容简介	线性相关性的判定定理及其应用，以及所蕴含的思政元素
关键词	线性相关； n 维向量；线性无关
编写时间	2024-12-24
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	辩证思维与求真精神
素材长度	1514
案例正文	知识点：判定定理 定理 1： m 个 n 维向量 $\vec{\alpha}_i = (a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni})^T (i = 1, 2, \dots, m)$ 线性相关的充要条件是矩阵 $A = (\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m)$ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$ 的秩 $r(A) < m$。 定理 2： 若 m 个 s 维向量 $\vec{\alpha}_i = (a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{si})^T (i = 1, 2, \dots, m)$ 线性无关，则对应的 m 个 $s+1$ 维向量 $\vec{\beta}_i = (a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{si}, a_{s+1,i})^T (i = 1, 2, \dots, m)$ 也线性无关。 在线性代数严谨的符号体系中，向量组线性相关性的判定不仅是一种数学工具，更蕴含着认识世界、理解个体与集体关系的深刻哲理。这一数学概念如一面棱镜，折射出个体成长、集体协作乃至社会发展的普遍规律与价值选择。 1. 线性无关：独立个体的价值根基与能力底线 一个向量组线性无关的充要条件在于方程 $k_1 \vec{\alpha}_1 + k_2 \vec{\alpha}_2 + \cdots + k_s \vec{\alpha}_s = 0$ 仅有零解。这要求每个向量都不能被其余向量线性表示——数学上称为“不可替代的存在性”。

案例正文	隐喻个体价值：正如每个无关向量都是构成空间基底不可或缺的元素，社会中的个人也需锻造独特的能力与价值。当一个人掌握他人不具备的专业技能（如尖端科研能力）或精神品质（如非凡的诚信），他便如线性无关向量般不可替代。 警惕“相关性陷阱”：现实中，若个体过度依附他人或体制，丧失独立思考与核心竞争力（即“被线性表示”），便易陷入存在性危机。历史中盲目跟风的群体行为或职场中缺乏核心技能的“可替代员工”，恰似相关向量组，个体独特性在集体中消隐。 哲学启示：线性无关性准则警示我们——真正的集体力量源于独立而坚实的个体。社会进步依赖于每个成员持续提升不可替代性，而非在依附中丧失自我坐标。 2. 线性相关：集体协作的纽带与形式主义的陷阱 当存在不全为零的系数使向量组合成零向量，该组即线性相关。这意味着至少有一个向量可被他人“代表”，揭示了系统内的冗余性或深度依存关系。 正向隐喻：协作增效：正如相关向量能互相表示，高效团队依赖成员能力互补与经验共享。科研攻关中的跨学科合作，产业链上下游企业的协同创新，均如精心设计的“相关向量组”——通过有机联系释放“$1+1>2$”的系统能量。 负向警示：冗余与依附：冗余的向量增加计算量却不提升空间维度（秩不变）；同理，组织中若充斥滥竽充数者，或个体过度依赖“搭便车”，集体效能将停滞甚至内耗。形式主义的会议、人浮于事的编制，恰是社会组织中的“无效相关性”，侵蚀系统活力。 辩证法则：相关性本身非善非恶，关键在于其是否提升系统“秩”（即有效维度）。有价值的协作催生创新维度，无意义的依附则导致资源沉没。判别时需如计算秩一般，剥离表象洞察核心效能。 附则导致资源沉没。判别时需如计算秩一般，剥离表象洞察核心效能。
------	--

案例正文	3. 判别法则：辩证思维与求真精神的锤炼场 从定义法到矩阵秩判定（秩 $<$ 向量数则相关），从行列式检验（方阵行列式为零则相关）到初等变换化简——多元判定途径体现了方法论的多维性： 多角度验证的辩证观：数学要求我们依据情境选择最优工具，避免思维僵化。社会问题的分析同样需综合经济、文化、心理等多维视角，警惕单一归因的谬误。 程序正义与科学求真：秩的计算需严格遵循初等变换规则，一步错误导致满盘皆输。这隐喻着制度程序的基石作用：无论是司法审判抑或学术研究，程序正义与操作规范是抵达真理的前提。篡改数据或省略步骤，如同伪造矩阵秩，终将导致系统性失真。 思维升华：判定过程本质上是对“系统性冗余”的侦察与优化。数学训练赋予我们剥离表象、直抵核心的思维利刃——这正是应对信息爆炸时代的核心素养。 结语：在向量空间里领悟人生坐标 向量组的线性相关性判定，远非冰冷的数学操作。它是理解个体与集体辩证关系的哲学模型，是锤炼理性思维与价值判断的磨刀石。从克莱姆法则中，我们看到个体独特性对系统完整性的保障；从矩阵的秩中，我们领悟到优化结构以释放最大潜能的智慧。 当我们在学术与生活中践行这些法则——既追求如无关向量般的独立价值，又善用相关向量式的协同力量，更以严谨的“秩判别”思维去芜存菁——便是在高维人生的向量空间中，锚定最有意义的坐标，以理性之光与协作之热，共同拓展人类文明的疆界。
分析评价	向量组的线性相关性判定，远非冰冷的数学操作。它是理解个体与集体辩证关系的哲学模型，是锤炼理性思维与价值判断的磨刀石。
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-028
案例标题	极大线性无关组和向量组的秩
案例来源	原创案例
内容简介	向量组的秩及其核心结构——极大线性无关组——不仅是抽象空间维度与自由度的精妙刻画，更蕴含着超越数学边界的深刻哲学与思政启示
关键词	极大线性无关组；向量组的秩；线性表示
编写时间	2024-1-3
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学的“大道至简”；识别个人“能力极大无关组”并持续提升其“秩”，是破局关键
素材长度	1437
案例正文	知识点：极大线性无关组、向量组的秩 定义 1：在向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 中，选取 r 个向量 $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$，如果满足： (1) $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 线性无关； (2) $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 中任意一个向量都可由 $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 线性表示，则称 $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 是向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 的一个极大线性无关组，简称极大无关组。 定义 2：在向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 中，若果存在 r 个向量 $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 满足： (1) $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 线性无关； (2) $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 中任意 $r+1$ 个向量都线性相关，则称 $\vec{\alpha}_{i_1}, \vec{\alpha}_{i_2}, \dots, \vec{\alpha}_{i_r}$ 是向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_m$ 的一个极大线性无关组。 有等价定义可知，极大线性无关组就是向量组中个数最多的、线性无关的部分组。

案例正文	向量组的秩与极大无关组：线性代数中的人生秩序与核心价值启示 在线性代数的理论大厦中，向量组的秩及其核心结构——极大线性无关组——不仅是抽象空间维度与自由度的精妙刻画，更蕴含着超越数学边界的深刻哲学与思政启示。它们以严谨的逻辑，映射出个体成长、集体协作乃至国家治理中关于秩序构建、核心聚焦与价值选择的永恒命题。 1. 数学基石：秩的有限性与极大无关组的本质力量 向量组的秩，定义为该向量组中线性无关向量的最大个数，其核心在于揭示了向量组内在的独立信息容量及其张成空间的维度。无论向量组本身如何庞大冗杂，其秩总是一个有限的自然数——这一特性深刻喻示着个体生命能量的稀缺性（时间、精力有限）与客观世界资源配置的根本约束（如生态承载力、物质总量守恒）。 极大线性无关组（简称极大无关组）的选取完美体现了数学的“大道至简”。它满足两个关键条件： 内部独立性：组内任意向量皆无法由其余者线性表出，象征着系统内部各要素的不可替代性。 外部完备性：向量组中所有其他向量均可由该组精确或近似（在特定空间）生成，确保了其作为核心骨架的充分表达能力。 秩的本质即系统内在的“自由维度”边界，而极大无关组则是该维度最精炼的“坐标系”。它的存在证明了复杂系统中总存在一个简洁的核心结构，能完整承载系统的本质信息与生成能力。 附则导致资源沉没。判别时需如计算秩一般，剥离表象洞察核心效能。 2. 思政映射：核心聚焦与秩序构建的价值真谛 秩的有限性为现实提供了关键启示： 资源聚焦法则：个人发展需依据“人生秩”（核心能力维度），识别并深耕自身的“能力极大无关组”——那些真正具备独特性、
------	--

案例正文	基础性与生长性的核心技能与素养（如批判思维、专业深度、道德定力）。盲目追逐庞杂信息而不提炼核心，终将迷失于“低秩陷阱”。 组织治理智慧：高效团队或社会治理的核心在于提升“系统秩”，即优化结构、消除冗余依赖。关键在于选拔与培养组织的“人才极大无关组”——具备互补核心能力、高度责任感与协作精神的骨干力量。正如高效向量组依赖其极大无关组，组织的生命力源于核心成员的独立贡献与协同输出能力。 极大无关组的“不可替代性”与“生成性”蕴含着更深层的思政内涵： ● 核心价值的坚守：社会核心价值体系（如诚信、公正、法治、爱国）构成了文明共同体的“价值极大无关组”。它们是社会凝聚与发展的基石，具有内在一致性（独立）且能衍生出符合时代要求的行为规范（生成）。坚守这些核心价值，就是守护社会系统的“精神秩”。 ● 创新驱动与独立自主：科技强国建设亟需突破关键核心技术“卡脖子”环节。这些核心技术构成国家科技能力体系的“技术极大无关组”，必须依靠独立创新确保其“独立性”（不被他人制约），并通过它衍生完整产业链（生成性），提升国家发展的“科技秩”。 3. 现实启迪：在复杂世界中锚定人生的“秩”与“基” 信息爆炸的时代洪流中，个体易陷入海量选择的迷茫。识别个人“能力极大无关组”并持续提升其“秩”，是破局关键——这意味着敢于舍弃非核心的干扰项，将心智资源聚焦于能定义自身独特价值与长远发展的核心领域。这既是效率策略，更是主体性的彰显。
分析评价	数学中的“秩”是空间的尺度，人生中的“秩”则是价值的深度；数学里的“基”是空间坐标系，生活中的“基”则是信仰的定盘星。
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-029
案例标题	向量空间
案例来源	原创案例
内容简介	向量空间的定义及所蕴含的思政元素
关键词	向量空间；加法；数乘
编写时间	2024-01-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	培养个体理解复杂系统的能力、涵养心系人类命运的博大情怀
素材长度	1564
案例正文	知识点：向量空间 定义：设 V 是 n 维向量的非空集合，如果 V 对加法和数乘两种运算都封闭，即 若 $\vec{\alpha} \in V, \vec{\beta} \in V$，则 $\vec{\alpha} + \vec{\beta} \in V$； 若 $\vec{\alpha} \in V, k \in R$，则 $k\vec{\alpha} \in V$， 则称 V 是 R 上的向量空间。 例：全体 n 维向量的集合 R^n 构成向量空间，称为 n 维向量空间。 特别的，$n=1$ 时，R^1 表示一维向量空间，即数轴；$n=2$ 时，R^2 表示二维向量空间，即平面；$n=3$ 时，R^3 表示三维向量空间，即立体空间。 在数学王国中，向量空间以其严谨的结构与丰富的内涵，成为描述多维世界中元素关系与动态变化的强大工具。当我们深思思想政治教育的内在逻辑与实践路径时，发现其与向量空间模型竟存在奇妙的同构性：二者皆关注要素的内在关联、方向的校准、维度的拓展与结构的稳定性。本案例旨在借鉴向量空间的核心概念，构建思政教育的隐喻性分析框架，揭示其内在的维度张力、价值基底与

案例正文	合成动力，为增强思政工作的时代性与实效性提供新视角。 1. 价值基底：思政空间的“规范正交基”与精神坐标 正如向量空间的存在与发展依赖于的一组线性无关且能张成整个空间的基底向量，思政教育的生命力同样植根于其坚实而明确的价值坐标体系。社会主义核心价值观正是这一空间的核心基底向量——“富强、民主、文明、和谐”定义国家维度，“自由、平等、公正、法治”勾勒社会维度，“爱国、敬业、诚信、友善”塑造个体维度。此基底并非简单堆砌，而是如同“规范正交基”一般，内部各价值要素相互独立又内在统一，共同构成了个体精神世界的坚实坐标系，为纷繁复杂的社会思潮与人生选择提供了判断方向与行动准则的根本参照系。 2. 个体成长：思想向量的“线性组合”与主体建构 思想政治教育中的个体并非被动容器，而是积极进行思想整合与实践探索的能动主体。每个个体思想都可类比为一个动态演化的思想向量，其形成与发展源于对各种外部思想要素（如历史文化、科学理论、生活体验）的主动“线性组合”。思政教育的深层使命，正在于引导个体学会科学甄别、合理吸收、有机融合多元价值元素，在马克思主义科学理论的坐标系下，不断优化自身思想的“组合系数”。这一过程强调主体选择性，最终目标在于帮助个体生成具有高度自主性与内在一致性的精神向量，而非强加统一的思想模板。正如不同的线性组合能生成空间中丰富多样的向量，思政教育也应尊重个体在共同价值基底上呈现的生命样态多样性。 3. 方向校准：内在驱动的“投影优化”与目标凝聚 向量空间中，方向决定意义；思政教育中，目标引领成长。个体思想向量在人生实践中的效能，极大程度取决于其方向是否契合民族复兴的历史大势与人类进步的文明正道。思政教育犹如一座“方向校准器”，其本质在于激励个体不断将自身的发展向量向国家与社会的宏伟目标向量进行“投影”——即深刻认知个人理想与共同理想的内在一致性，自觉调整人生航向。这种校准非外力强制，而是
------	---

案例正文	启发个体理解“小我融入大我”所释放的巨大能量，从而在服务国家、贡献社会中实现人生价值的最大化投影，获得深层次的成就感与意义感。 4. 维度升华：超越局限的“高维拓展”与格局跃迁 当代青年面临全球化与本土化交织、虚拟与现实交融的复杂境遇，传统单维或二维的思想框架已然难以应对。思政教育必须超越平面化叙事，致力于引领思想向量的“维度跃迁”——即培养个体理解复杂系统的能力、涵养心系人类命运的博大情怀。 这要求我们： 引入历史纵深向量： 在时间长河中理解当下选择的坐标； 融入全球视野向量： 突破地域局限思考人类共同命题； 整合科技伦理向量： 在技术洪流中守护人文价值； 贯通知行统一向量： 将思想信念转化为坚实的实践步伐。 这种高维拓展筑牢了个体抵御认知狭隘与价值虚无的思想堡垒。 思政教育绝非思想牢笼，而应是一座以核心价值为基、鼓励多元探索的向量空间。唯有当其基底足够稳固以提供方向，维度足够宽广以容纳多样，动力足够强劲以驱动前行，同时方向校准机制持续有效，它才能成为个体自由全面发展与民族精神力量磅礴汇聚的沃土，最终在时代的宏大坐标系中投射出属于每个奋斗者的璀璨轨迹。
分析评价	思政教育绝非思想牢笼，而应是一座以核心价值为基、鼓励多元探索的向量空间。
评 价 者	李会荣教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-030
案例标题	向量的内积
案例来源	原创案例
内容简介	向量的内积及所蕴含的思政元素
关键词	向量的内积；向量空间；人生方向
编写时间	2024-02-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	方向选择重于蛮力积累
素材长度	1524
案例正文	知识点：向量的内积 定义：设 n 维向量空间 R^n 中的两个向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$，$\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$，称为 $(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ 为向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的内积。 向量内积的哲学意蕴：论协同、方向与人生价值的数学表达 在数学的理性疆域中，向量的内积（点积）是一个简洁而深刻的运算：给定两个向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$ 与 $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ 其内积定义为 $(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n = \vec{a} \vec{b} \cos\theta$。这一公式不仅揭示了多维空间中的几何关系——投影长度与夹角的关联，其蕴含的协同性、方向性与价值规范性，更如一面棱镜，折射出个体成长、集体协作乃至社会发展的深邃哲理，为当代青年理解自我与世界的互动提供了独特的数学哲学视角。 1. 协同共振：内积运算中的集体智慧与系统合力。 内积的本质是分量对应相乘再求和（$\sum a_ib_i$）。这一机制深刻揭示了系统性协同的增值效应。社会如同一个高维空间，每个个体或群体犹如一个向量分量。当个体目标（a_i）与集体需求（b_i）同频共振、方向

正文 案例	一致时，其乘积为正，对总和产生增益；若方向相悖（如a_i为正而b_i为负），则贡献为负值，造成内耗。此原理警示我们：在团队协作或社会治理中，局部力量的简单叠加（$\sum a_i + \sum b_i$）并非最优解，关键在于各要素在统一框架下能否实现目标耦合与行动协同。正如“千人同心，则得千人之力”，内积运算以数学的严谨性证明，当每个“分量”在共同方向上精准发力，系统整体效能（$(\vec{a}, \vec{b})$）方能突破线性叠加，实现非线性飞跃，这是集体智慧战胜个体局限的数学注脚。 2. 方向之辨：人生夹角θ的价值抉择与能量投射。 内积公式$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta$中，夹角$\theta$扮演着决定性的角色。$\vec{a}$与$\vec{b}$代表个体或事物固有的“模”——能力、资源或潜力，而$\cos \theta$则象征着方向契合度。当$\theta = 0^\circ$（$\cos \theta = 1$），向量完全同向，内积达到最大值$\vec{a} \vec{b}$，寓意个人理想与社会需求高度契合时，人生价值实现最充分释放。若$\theta = 90^\circ$（$\cos \theta = 0$），则内积为零，纵有再大潜能也因方向错位而湮灭无痕；$\theta = 180^\circ$（$\cos \theta = -1$）则意味着完全逆向而行，力量相互抵消。 此数学关系直指人生核心命题：方向选择重于蛮力积累。青年在追寻理想（向量$\vec{a}$）时，需深刻洞察时代坐标（向量$\vec{b}$）所向。只有将“小我”之志融入民族复兴、人类进步的“大我”洪流中，主动调适人生航向，缩小价值夹角θ，方能使个人能力之“模长”转化为服务社会的有效“投影”，避免在迷茫中空耗才情。孔子言“从心所欲不逾矩”，内积的夹角法则正是“不逾矩”（符合时代方向）方能最大化“从心所欲”（实现个体价值）的数学隐喻。 3. 正定之本：内积规范与道德秩序的构建基石。 内积运算天然蕴含一种“正定性”：任何非零向量与自身的内积恒为正（$\vec{a} \cdot \vec{a} = \sum a_i^2 > 0$），且满足特定的对称性与线性公理。这种内在的规范性，恰似社会运行不可或缺的价值基准与道德标尺。“正定
---------------------	--

案例正文	性”要求个体言行需经得起“自洽性检验”（$\vec{a} \cdot \vec{a} > 0$），即表里如一、问心无愧；而运算的公理结构（如双线性、对称性）则隐喻了公平、互惠、权利与义务对等的社会契约原则。当个体行为向量符合这一“内积规范”时，其与代表公序良俗的向量之间才能产生积极协同。反之，突破规范（如虚伪欺诈导致“自反内积”逻辑崩溃）必将破坏协作网络，使社会“向量空间”失去稳定基础。内积的数学公理，无声地诉说着诚信、公正、法治作为文明底座的根本性意义。 向量内积以其简洁算式，在抽象的数学王国与具象的人文社会之间架起一座理解之桥。它告诉我们：真正的力量不仅源于个体禀赋的“模长”，更在于能否在时代坐标系中找到协同共振的方向（最小化θ），并在道德规范的框架内释放能量（遵守内积公理）。当代青年当以此为鉴，在提升“自我模长”的同时，以清醒的方向意识和坚定的价值操守校准人生航向，使个人奋斗的涓涓细流，通过精准的“内积运算”汇聚成民族复兴的磅礴伟力——此乃数学理性烛照下，个体生命融入壮阔时代的最优解。 本文从向量内积的数学定义$(\vec{a}, \vec{b}) = \sum a_i b_i = \vec{a} \vec{b} \cos \theta$出发，结合《周易》“同声相应，同气相求”的协同观与王阳明“知行合一”的价值论，揭示了目标耦合（分量乘积）、方向校准（夹角余弦）与规范约束（正定公理）三重维度下，个体潜能转化为社会效能的深层机制。
分析评价	向量的内积不仅揭示了多维空间中的几何关系——投影长度与夹角的关联，其蕴含的协同性、方向性与价值规范性，更如一面棱镜，折射出个体成长、集体协作乃至社会发展的深邃哲理。
评 价 者	李粉红教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-031
案例标题	向量组的正交规范化
案例来源	原创案例
内容简介	向量组的正交规范化及所蕴含的思政元素
关键词	标准正交基；正交规范化；内积
编写时间	2024-02-23
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	唯有以社会主义核心价值观为圭臬反复“归一化”，才能校准人生向量的方向与长度，赋予每一次选择以清晰坐标与深沉意义。
素材长度	1289
案例正文	知识点： 向量组的正交规范化 定义 1：若向量 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 的内积为零，即 $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$，称 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 正交。 定义 2：若一个非零向量组的任意两个向量都是正交的，称该向量组为正交向量组。若正交向量组的每一个向量都是单位向量，则称为标准正交向量组。 特别的，若标准正交向量组的秩等于向量空间的维数，则称该标准正交向量组为标准正交基。 施密特正变化： 设 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_s$ 线性无关，令 $\vec{\beta}_1 = \vec{\alpha}_1, \quad \vec{\beta}_2 = \vec{\alpha}_2 - \frac{(\vec{\alpha}_2, \vec{\beta}_1)}{(\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_1)} \vec{\beta}_1, \dots,$ $\vec{\beta}_s = \vec{\alpha}_s - \frac{(\vec{\alpha}_s, \vec{\beta}_1)}{(\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_1)} \vec{\beta}_1 - \frac{(\vec{\alpha}_s, \vec{\beta}_2)}{(\vec{\beta}_2, \vec{\beta}_2)} \vec{\beta}_2 - \dots - \frac{(\vec{\alpha}_s, \vec{\beta}_{s-1})}{(\vec{\beta}_{s-1}, \vec{\beta}_{s-1})} \vec{\beta}_{s-1}$ 则 $\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_2, \dots, \vec{\beta}_s$ 是与 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_s$ 等价的正交向量组。再令 $\vec{\gamma}_1 = \frac{\vec{\beta}_1}{\ \vec{\beta}_1\ }, \vec{\gamma}_2 = \frac{\vec{\beta}_2}{\ \vec{\beta}_2\ }, \dots, \vec{\gamma}_s = \frac{\vec{\beta}_s}{\ \vec{\beta}_s\ },$ 则 $\vec{\gamma}_1, \vec{\gamma}_2, \dots, \vec{\gamma}_s$ 是与 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_s$ 等价的标准正交向量组。

案例正文	正交人生：从向量规范化看青年价值观塑造的精要 在线性代数的璀璨殿堂中，向量组的正交规范化被视为一种精妙的“提炼术”。从混沌的线性相关向量出发，经格拉姆-施密特过程的涤荡与单位化处理，我们便可锻造出一组既彼此垂直（正交）又长度统一（单位化）的规范正交基。奇妙的是，这一抽象的数学操作竟精确映射出当代青年拔节成长的内核轨迹：在纷繁世界中不断剔除思想冗余、校准价值坐标、锻造精神脊梁的深刻历程。 正文化：剥离依附冗余，塑独立思想之维。 如同基底必须摆脱线性相关的束缚才能撑起空间，人的主体性亦需破除思想盲从与价值依附。西哲笛卡尔以“我思故我在”奠定了理性独立的基石；中华“君子和而不同”的古训，更彰显了“不同”背后的精神独立。今日青年身处信息洪流，算法茧房与同质化叙事极易滋生思想的“线性相关”。真正的青年觉醒，即如向量的正文化过程——施密特方法剥离那些源于他人的、非本真的“投影分量”，在一次次的自觉反思与批判性扬弃中淬炼出属于自我的、垂直挺拔的思想向量。如此构建的内在秩序，才能抵御外界喧嚣，实现精神层面的“线性无关”。 单位化：确立价值尺度，铸就信仰之恒定模长。 当向量完成正文化后，还需单位化以统一其尺度。此过程犹如为漂泊的价值确立坚定锚点。孔子以“吾道一以贯之”为自身设置仁德标尺；无数革命先辈为心中“单位向量”般不可撼动的信仰甘愿奉献生命。青年在价值多元时代，易陷“模长”不一之困惑：何者为重？“内卷”还是“躺平”？利己抑或利他？唯有以社会主义核心价值观为主臬反复“归一化”，才能校准人生向量的方向与长度，赋予每一次选择以清晰坐标与深沉意义。这种恒定模长，使青年在面对诱惑与挑战时能如规范向量般守住本心，不为繁华所动。 规范系：个体与集体交响，奏响命运共同体的和鸣。 个体的规范正交基终将汇入宏大社会空间的基底构造中。每一个体向量都在共同的价值维度上正交独立却又完美契合，这正是“规范正交系”
------	--

案例正文	”的和谐本质——喻示着真正的共同体绝非同质化湮没，而是如费孝通所言“各美其美，美美与共”的理想境界。当亿万青年都成为国家发展坐标系中方向清晰、长度统一的正交基向量，整个民族复兴的向量空间便获得了最坚实稳固的支撑。个体与集体在共同的规范下各自绽放，又在时代使命中同频共振，奏响壮丽协同之曲。 数学殿堂中向量正交规范化的精炼法则，实为青年精神成人的绝妙哲学隐喻。它昭示：以“正交化”锤炼独立思考的锐度，以“单位化”淬炼价值信念的纯度，最终在“规范系”中实现个体与时代的交响。当无数青年向量在时代坐标中完成这场深刻的内在规范，我们必将汇聚成推动中华民族巍巍巨轮行稳致远的磅礴基底力量——此乃数学之智启迪下，吾辈青年成长最深沉的思政底蕴。
分析评价	数学殿堂中向量正交规范化的精炼法则，实为青年精神成人的绝妙哲学隐喻。
评 价 者	李粉红教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-032
案例标题	正交矩阵
案例来源	原创案例
内容简介	正交矩阵的定义、性质以及所蕴含的思政元素
关键词	正交矩阵；可逆矩阵，转置矩阵
编写时间	2024-02-25
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字、图片
育人主题	对称之美，不变、和谐与超越
素材长度	1349
案例正文	知识点：正交矩阵 定义：如果 n 阶方阵 A 满足 $A^T A = E$，则称 A 为正交矩阵。 性质：设 A 为 n 阶正交矩阵，则 (1) A 的行列式为 1 或 -1； (2) A 为可逆矩阵，且 $A^{-1} = A^T$； (3) A 的列向量组是 R^n 的一个标准正交基。 正交矩阵中的思政哲学：不变、和谐与超越 在现代数学的璀璨殿堂中，正交矩阵以其简洁而深刻的对称之美傲然矗立。当一个方阵 A 满足 $A^T A = A A^T = E$（E 为单位矩阵），其列（或行）向量两两正交且模长为 1，我们称之为正交矩阵。这一看似抽象的定义，蕴含着超越数学本身的精神品格，恰如指南针在纷繁磁场中指向不变的北方，为身处时代洪流中的我们提供了深刻的精神参照。 1. 正交变换：“不变性”与初心使命的坚守。正交矩阵定义的核心在于其作为线性变换算子的“保范性”与“保角性”：任何向量 $\vec{X}$ 经过正交变换后，其长度 $\ A\vec{X}\ = \ \vec{X}\$，两向量夹角亦保持不变。这如同革命先辈在血火征程中的矢志不渝——任外界风雨如晦，内在的信仰坐标与价值尺度岿然不动。邓小平同志的“三落三起”，

案例正文	正是这种“保范性”在政治生命中的生动体现：无论顺逆，为人民服务的赤子之心始终闪耀如初。正交矩阵的“不变性”警示我们：在百年变局的喧嚣浪潮中，唯有坚守初心、保持定力，才能在历史的坐标系中校准航向。 2. 正交关系：个体边界与整体和谐的辩证法。正交矩阵的列向量组构成标准正交基，其间关系呈现鲜明的辩证统一：既严格独立（内积为零，互不“干扰”），又有机协作（张成完整空间）。这深刻映射了个体与社会、自由与秩序的理想关系。孔子云：“君子和而不同”，个体的充分发展需以尊重他人边界为前提。中国倡导的“人类命运共同体”理念，正是这种正交哲理的全球性实践——国家不论大小强弱，皆如标准正交基中的向量，在尊重主权独立（正交性）的基础上，协同构建和平发展的多维空间（完整张成）。个人更是如此，唯有明晰边界、恪守本分，才能在集体矩阵中绽放独特光芒。 3. 逆即转置：对称之美与公平法治的镜像。正交矩阵的独特性质 $A^{-1} = A^T$，揭示了一种精妙的对称结构。转置（A^T）意味着行列关系的互换，而逆矩阵（A^{-1}）则象征着变换的可逆与回归。这种对称性恰是公平原则与法治精神在数学中的回响。正如古人所言“不以规矩，不能成方圆”，法律作为社会关系的“转置算子”，必须确保权利与义务的统一（$A^{-1} = A^T$），实现“王子犯法与庶民同罪”的制度刚性。从商鞅“徙木立信”到新时代全面依法治国，对称法则始终是筑牢社会正义基石的深层密码。 4. 正交矩阵中的时代超越精神。正交矩阵不仅是数学工具，更是科学探索精神的载体。其在量子计算、卫星导航、图像压缩等领域的广泛应用，彰显了基础研究对科技强国的战略支撑。王淦昌、黄大年等科学家们秉持“板凳要坐十年冷”的正交精神——在浮躁中保持专注（保范性），在合作中各展所长（正交协作），终以严谨对称的治学态度（$A^{-1} = A^T$）铸就大国重器。这启示青年一代：面对科技“无人区”，唯有以正交矩阵般的纯粹匠心与协作智慧，
------	---

	方能在新时代坐标系中实现创新超越。 正如正交矩阵通过不变性、正交性、对称性在数学空间定义了秩序与美感，其蕴含的哲学智慧亦为我们规划出清晰的精神坐标：以初心为轴守住价值尺度，以边界为纬编织社会和谐，以法治为经铸就程序正义，共同构建一个如正交空间般稳定、协调且充满创新活力的人类文明新图景。在迈向民族复兴的壮阔征程中，让正交思维内化为我们认知世界的底层逻辑，方能于时代洪流中校准航向，书写无愧于历史的璀璨篇章。
分析评价	正交矩阵通过不变性、正交性、对称性在数学空间定义了秩序与美感，其蕴含的哲学智慧亦为我们规划出清晰的精神坐标
评 价 者	李粉红教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-033
案例标题	齐次线性方程组
案例来源	原创案例
内容简介	齐次线性方程组、基础解系及其蕴含的思政元素
关键词	齐次线性方程组；基础解系；零解
编写时间	2024-03-1
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	平等与公平、内生和谐
素材长度	1516
案例正文	知识点：齐次线性方程组、基础解系 定义 1：方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots \cdots \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$ 称为 n 个未知量 m 个方程的齐次线性方程组，其中 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 表示 n 个未知量，常数 $a_{ij} (i=1, 2, \cdots, m; j=1, 2, \cdots, n)$ 称为方程组的系数。 定义 2：若齐次线性方程组 $AX=0$ 的解 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_s$ 满足 (1) $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_s$ 线性无关； (2) 方程组的任一解可以由 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_s$ 线性表示， 则称 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_s$ 是 $AX=0$ 的一个基础解系。 齐次线性方程组的哲学意蕴与思政启示 在线性代数的殿堂中，齐次线性方程组以其独特的结构与性质闪耀着理性之光。其一般形式为 $AX=0$，其中 A 为系数矩阵，X 为未知向量。表面上看，它讨论的是向量空间中的线性关系问题，然而深入探究其数学本质与社会运行的内在逻辑，却能揭示出深刻的哲学内涵与思政价值，为我们理解集体与个体、规则与自由、

案例正文	共性与个性的辩证统一提供了精妙的数学模型。 1. “总有零解”与集体存在的根基法则 齐次线性方程组最鲜明的特质在于它“总有零解”（$X=0$）。这一看似平凡的数学结论，蕴含着重大的社会隐喻： • 普遍法则的象征：零解的必然存在犹如任何人类共同体（无论国家、民族或组织）赖以维系的基本共识与核心规则。正如零解是方程组成立的基石，“法律底线”与“道德公约”构成了社会运行的“通解”，确保了共同体的基本秩序与存续可能。缺少了这一基石，社会将如无约束的向量般陷入混乱的解体。 • 共识的“最小公分母”：零解是所有解中最简单、最本质的形式。这启示我们，维系庞大群体的根基并非繁复的教条，而在于对核心价值（如公平、正义、诚信）的朴素坚守——它们是社会和谐稳定不可撼动的“最小公分母”。 2. 解空间结构与群体共性下的个体多样性 齐次线性方程组解的集合构成一个向量子空间——解空间。解空间的维度（$n - \text{Rank}(A)$）直观描绘了自由变量的数目，映射出深刻的社会关系图景： • 基础解系与社会核心价值体系：解空间可由一组“基础解系”生成。基础解系如同社会中的核心价值坐标轴（如爱国、敬业、诚信、友善）。个体在遵循核心价值的前提下，其具体行为表现（解空间中不同的解向量）则可视作这些坐标轴方向的线性组合。这揭示了社会统一性（共享同一解空间/价值框架）与个体丰富性（空间中无数具体解/多样人生）的完美共生。 • 秩（Rank）与社会规则的约束力：系数矩阵 A 的秩（r）直接决定了自由度的多寡（自由度 $n - r$）。秩 r 越高，意味着约束方程越“有效”、越独立，自由变量（自由度）就越少。这恰似一个健全的社会：必要的规则体系（秩高）是保障公平正义、防范失序风险的基础。诚如卢梭所言：“人生而自由，却无往不在枷锁之中。”合理的“秩”（规则）非但不是对自由的剥夺，反而是
------	---

案例正文	实现有序自由的根本保障。一个缺乏有效规则（秩过低）的社会，表面自由度大，实则隐含着滑向弱肉强食“自然状态”的巨大风险。 3. 和谐共振：齐次性要求的现实映照 方程组“齐次”（常数项为零）的特性要求所有方程在零点取得平衡（$AX=0$）。这绝非数学游戏，它隐喻着构建和谐社会的核心机理： • 平等与公平的基石：“齐次性”确保了系统内不存在外部强加的、不均衡的“特权常量”或“歧视性偏移”。它要求规则（方程）对全体成员（变量）施加同质的、均衡的约束力（无特定偏向的线性组合）。这本质上是“法律面前人人平等”、“机会公平”等原则的数学抽象表达。唯有规则的齐次性得以保障，共同体才能在零点（基本共识点）取得稳定平衡，避免系统性倾斜带来的撕裂风险。 • 内生和谐的驱动：齐次系统解的性质（解的线性组合仍是解）揭示了一种内生稳定性：系统中符合规则（属于解空间）的个体行为相互作用，其组合结果依然符合规则（仍在解空间内），不会产生破坏性的外部效应。这喻示着，当社会成员普遍内化并践行核心价值观（成为“解空间中的向量”），社会就能自发形成强大的自组织、自协调、自修复能力，实现有机的和谐共生。 结语：数学理性烛照下的思政智慧 齐次线性方程组 $AX=0$ 不仅是一个数学对象，它更像一座桥梁，连接着严谨的数理逻辑与宏大的社会治理哲学。
分析评价	理解并善用这种“方程组思维”至关重要：它教导我们珍视作为“零解”的底线共识，精心构建如“基础解系”般坚实、凝练的核心价值观体系，科学设定如“秩”般清晰、有效的规则框架并始终捍卫。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-034
案例标题	齐次线性方程组的应用
案例来源	原创案例
内容简介	齐次线性方程组在科技创新，危机应对，文化发展领域的应用及所蕴含的思政元素
关键词	齐次线性方程组；基础解系；自由度
编写时间	2024-3-3
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	任何宏观结构的稳定性，都依赖于个体对系统均衡态的服从
素材长度	1133
案例正文	知识点：齐次线性方程组、基础解系 1. 平凡解的普遍性：个体在系统中的基础价值 齐次线性方程组必存在平凡解（零解）$X=0$，这是解空间维度的起点。这一数学事实蕴含深刻的系统哲学：任何宏观结构的稳定性，都依赖于个体对系统均衡态的服从。正如零解对应方程中每个变量取值为零，社会系统中每个成员也需在权利义务层面达成基础共识，例如遵守法律底线（“零位约束”）。这种看似“平凡”的规则遵守，实则是社会机器运转的润滑剂，如同无数零解构成的基底支撑解空间维度。若个体拒绝“归零”（如极端利己主义突破规则边界），系统稳定性将如矩阵秩缺损般瓦解。个体对公共责任的担当，恰似零解之于方程组——平凡中奠基非凡。 2. 解空间的整体性：集体协作中的涌现智慧 齐次方程组的解构成向量子空间，满足加法与数乘封闭性。此性质揭示：局部解的线性组合仍属全局解。投射至社会实践，这喻示碎片化努力的整合可产生超越个体之和的“涌现效应”。例如： 科技创新中，单点技术突破（如新能源电池）需融入电力网络、政策法规等“方程”才能形成产业革命； 危机应对时，医疗、物流、社区管理的“解向量”线性组合，方能生成高效抗疫系统（$S=aV_1+bV_2+\cdots$）；

	文化发展领域,传统与现代、本土与外来文化元素的线性融合,方能催生具有生命力的新文明形态。子空间封闭性恰如集体智慧的抗脆弱框架——个体在约束中协作,系统在整合中升华。 3. 自由变量的抉择: 维度空间中的发展可能性 解空间的维度由 $n - \text{Rank}(A)$ 决定,自由变量对应未被约束的“发展自由度”。这指向核心命题:规则(约束方程)的存在非为压制,而在于界定可能性空间。例如: • 社会主义市场经济中,法律法规(矩阵 A 的行)约束投机与垄断,从而释放企业创新(自由变量)的活力维度; • 学术研究中,方法论规范(线性方程)约束随意性,却为理论突破(非零解)提供严密通道; • 个体成长中,道德律令与职业操守构成“系数矩阵”,自由变量恰是人格在合规框架下的多元发展路径。真正的自由非无界混沌,而是在降秩矩阵(适度约束)中开拓高维解空间。 结语: 数学结构与人文精神的共鸣 齐次线性方程组以其简洁的代数形式,昭示了个体与系统、约束与自由、平凡与创新的辩证统一。其解空间恰如人类社会的隐喻模型:规则赋予结构(零解基底),协作拓展维度(子空间封闭),适度约束激发创造力(自由变量)。在科技革命与社会转型的今天,我们更需领悟这一数学智慧——既要警惕“全秩僵化”对创新活力的窒息,也要防范“秩亏缺位”导致的系统失序。唯有在严谨的理性框架与多维的发展空间中寻求动态平衡,人类文明方能持续生成丰沛的“非平凡解”,奔赴更广阔的维度。
分析评价	齐次线性方程组以其简洁的代数形式,昭示了个体与系统、约束与自由、平凡与创新的辩证统一。
评 价 者	李粉红教授, 商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-035
案例标题	非齐次线性方程组
案例来源	原创案例
内容简介	非齐次线性方程组、基础解系及其蕴含的思政元素
关键词	非齐次线性方程组；基础解系；系数矩阵
编写时间	2024-3-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	两点论”与“重点论”的统一
素材长度	1558
案例正文	知识点：非齐次线性方程组 定义：n 个未知量 m 个方程的方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots \\ a_{m2}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ 称为非齐次线性方程组，其中 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 表示 n 个未知量，常数 $a_{ij} (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ 称为系数，$b_i (i=1, 2, \dots, m)$ 称为方程组的常数项。记 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$ 则非齐次线性方程组可表示为 $AX = b$，称为非齐次线性方程组的矩阵形式，A 称为系数矩阵。 非齐次线性方程组 $AX = b$（其中 A 为系数矩阵，X 为未知向量，$b \neq 0$ 为非齐次项）不仅是线性代数的核心命题，其内在结构与求解逻辑更蕴含着解读社会发展复杂性的深刻哲理。它在求解过程中展现的“特解寻求”与“通解构造”智慧，恰似中国特色社会主义在发展中应对难题、把握规律、追求共同进步的实践之道。

案例正文	1.解的存在之争：发展的核心矛盾与时代要求 当系数矩阵 A 的秩 (rank) 与增广矩阵 $(A b)$ 的秩相等时，非齐次方程组才有解——这与国家发展面临的“不平衡”挑战形成巧妙呼应。所谓“不平衡”，便是新时代中国社会主要矛盾中“人民日益增长的美好生活需要”这一“非齐次项 b”与“不平衡不充分的发展”这一“系数矩阵 A”之间的张力。若社会治理体系 (A) 的包容力与回应性 (体现为秩值) 无法匹配人民多层次、多元化的诉求 (b 带来的复杂性)，社会矛盾的“解”便不存在。 正因如此，“高质量发展”成为提升“秩”、确保“解”的核心战略。它推动产业升级，健全公共服务，完善法治环境，如同提升矩阵 A 的列空间维度，使其能“承载”更复杂的 b (人民需求)。从脱贫攻坚到乡村振兴，从“放管服”改革到科技自立自强，都是在扩容发展系统的“解空间”，确保“人民美好生活需要”这一关键方程组始终有解且解域广阔。 2.特解之钥：聚焦关键突破的实践智慧。 求得非齐次方程组的解，需先找到一个特解——即满足 $AX=b$ 的某个具体 X_p。特解虽非唯一，却是打开通解大门的钥匙。这正如在中国改革发展中，面对复杂挑战时精准定位“突破口”的战略抉择。 当“非齐次项 b”是核心技术“卡脖子”难题时，国家战略科技力量集中攻坚便是求其“特解”——“嫦娥”探月、“北斗”组网、“九章”问世，皆是以点带面撬动全局的典范。当 b 表现为区域发展鸿沟时，粤港澳大湾区建设、长三角一体化等国家战略，正是为协调发展注入的关键特解。特解思维体现了“两点论”与“重点论”的统一：既承认矛盾普遍性，又善于抓住主要矛盾的主要方面，以关键突破带动整体跃升。 3.通解之境：普遍规律与共享发展的有机统一。 非齐次方程组的通解结构 $X=X_p+X_h$ (其中 X_p 是特解，X_h 为对应齐次方程组 $AX=0$ 的通解) 具有深刻启示。X_h 代表系统内部的固有自由度与发展潜力，其维度 (基础解系所含向量个数) 决定了通解的丰富
------	--

案例正文	性。这正如中国特色社会主义制度框架（A）所蕴含的巨大韧性与活力（X_h的高维空间）。 “通解”结构强调特解X_p与齐次通解X_h的叠加。这映射出发展的核心逻辑：既要通过特解实现关键突破，解决具体“非齐次”难题（如绝对贫困、核心技术缺失）；更要激活系统内在潜力（X_h），提升整体发展容量。共同富裕是这一思想的集中体现——它并非抹杀差异的特解，而是在高质量发展（提升矩阵A的“秩”与“容量”）基础上，通过初次分配、再分配、三次分配制度协调（塑造更合理的解空间结构），让全体人民共享发展成果（在广阔的通解空间中实现更优解）。通解$X = X_p + X_h$ 象征个体活力（X_h的自由组合）与社会整体目标（由A与b共同定义）的和谐统一。 非齐次线性方程组的存在性定理、特解与通解的精妙结构，超越纯粹的数理推演，成为洞观社会运行深层规律的哲学透镜。它揭示：真正的进步不在于否定非齐次项所代表的“不平衡”张力，而在于通过提升系统能力（矩阵的秩）回应它，通过精准施策（特解）突破它，最终在普遍活力的释放（齐次通解）与共同目标的达成（非齐次方程被满足）中找到最优解集。求解“非齐次”的过程，本质上是对中国特色社会主义直面矛盾、系统治理、追求共享发展逻辑的精妙数学隐喻。 这一数理哲思启迪我们：在民族复兴的伟大征程中，当以提升“秩”为基，以精准“特解”破局，以激活“通解”汇力，方能在复杂多变的发展方程中，不断书写惠及全体人民的壮丽解集。
分析评价	非齐次线性方程组的存在性定理、特解与通解的精妙结构，超越纯粹的数理推演，成为洞观社会运行深层规律的哲学透镜。
评 价 者	李粉红教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-036
案例标题	非齐次线性方程组的应用
案例来源	原创案例
内容简介	非齐次线性方程组，其形式为 $AX=b$ ，在工程、经济、计算机等领域有着广泛的应用价值。
关键词	非齐次线性方程组；系统求解；通解；特解
编写时间	2024-3-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	真正的自由存在于必然性之中
素材长度	1419
案例正文	知识点：非齐次线性方程组 非齐次线性方程组，其形式为 $AX=b$（其中 A 为系数矩阵，X 为未知向量，b 为非零常数向量），在工程、经济、计算机等领域有着广泛的应用价值。然而跳出数学框架，其结构与求解思想竟暗含深刻的哲学理念与社会治理智慧，映射出个人价值实现与社会整体发展的辩证统一关系。 1. 数学隐喻：通解与特解中的个体与系统协同 非齐次线性方程组的解蕴含两部分：齐次方程 $AX=0$ 的通解与非齐次方程的特解。通解代表系统内在的“自由维度”，其基础解系犹如社会为个体发展提供的基本规则与空间框架——这是社会运行的深层结构，如法治精神与文化共识；而特解则是针对外部“驱动项”b 所寻求的具体答案，象征着个体在时代要求下（b）所展现的独特价值贡献。 数学定理表明：当且仅当 b 属于 A 的列空间时，特解存在。这恰如个人理想只有融入社会发展的“列空间”，才能获得实现的根基——个体的奋斗方向（X）需与社会需求（A 的列向量方向）匹配共振。当无数个体“特解”沿着社会规则“通解”指引的方向汇聚，便构成了推动整体前进的磅礴合力。反之，若个体价值取向完全脱离社会基础，则如无解方程组，终将被边缘化。

案例正文	2.应用场景：系统求解中的家国情怀与担当 非齐次方程组的应用处处体现着个体服从整体、服务于“大 b（国家目标）的治理逻辑： 卫星导航定位（如北斗系统）：用户位置（特解）的精确求解，依赖于卫星星座构成的几何矩阵(A)与接收的时延信号(b)。每个用户看似独立定位，实则高度依赖国家构建的卫星网络这一公共基础设施 (A)，其精确位置服务正是个体在国家科技战略(b)支持下获得的位置赋能。 经济投入产出模型：里昂惕夫模型 $X = AX + d$ 可化为 $(E - A)X = d$（非齐次形式）。各部门最终产出(x)既要满足外部需求(d)，又受限于产业关联矩阵(A)的约束。各部门（个体单元）必须在产业链条（A）的协同中找准位置，才能高效响应国家经济发展目标(d)，避免资源错配导致的“无解”窘境。 通信编码与纠错：线性码解码常解 $HX = s$（非齐次）。接收端通过校验矩阵(H)计算伴随式(s)，寻找最接近的错误图样（特解）。这犹如社会监督机制(H)通过反馈信号(s)，纠 $HX = s$ 正个体行为偏差(X)。个体对错误的修正（求特解），本质是对社会规则(H)的尊重与维护，确保信息（社会秩序）的准确传递。 3. 哲学升华：约束下的自由与集体主义理性 非齐次方程组解的结构揭示了一个核心哲学命题：真正的自由存在于必然性之中。通解空间代表个体在遵循社会基本规律（$AX = 0$）的前提下所拥有发展自由度；而特解的寻求，则是在时代任务（b）的召唤下，个体发挥能动性、贡献独特价值的实践过程。这恰如马克思所言：“人的本质是一切社会关系的总和”。个体之“解”（X）的价值，只有在社会关系矩阵(A)与时代向量(b)共同构筑的坐标系中才能被定义与实现。 “最小二乘解”的数学思想进一步启示：当理想与现实存在矛盾（无精确解），应寻求最接近全局利益的妥协点。这要求个体在坚持核心价值（通解方向）的同时，主动调整行动策略（调整 X），
------	--

案例正文	使个人目标与社会需求在最小误差下达成最优协调，体现集体理性的智慧。 结语：非齐次线性方程组这一数学工具，其意义远超技术层面。它以严谨的逻辑向我们昭示：社会和谐与进步，在于构建包容个体发展的“通解空间”（A 的零空间），更在于激发每位成员在时代坐标（b）中求解自身“特解”的使命感与创造力。当每一个“解向量”都自觉融入系统矩阵，当每一次“参数激励”都唤起个体回应，无数“特解”便能汇聚为民族复兴的壮阔洪流。理解方程组的深层结构，便是理解个体生命意义如何在服务社会发展的伟业中臻于永恒。
分析评价	非齐次线性方程组，其结构与求解思想竟暗含深刻的哲学理念与社会治理智慧，映射出个人价值实现与社会整体发展的辩证统一关系。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-037
案例标题	特征值与特征向量的定义
案例来源	原创案例
内容简介	特征值与特征向量的定义及所蕴含的思政元素
关键词	特征值；特征向量；特征方程；特征多项式
编写时间	2024-03-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	“特征值-特征向量”的哲学，是寻找“本真方向”的觉醒之旅。
素材长度	1697
案例正文	知识点：特征值与特征向量的定义 定义：设 A 是 n 阶方阵，如果存在数 λ 和 n 维非零列向量 X，使关系式 $AX = \lambda X$ 成立，那么，称 λ 为方阵 A 的特征值，非零列向量 X 称为 A 的对应于特征值 λ 的特征向量。 $A - \lambda E = 0$ 称为方阵 A 的特征方程。$A - \lambda E$ 是关于 λ 的 n 项多项式，称为方阵 A 的特征多项式。 在数学的抽象王国中，特征值与特征向量是线性代数皇冠上的明珠。它们不仅揭示了矩阵变换的内在不变性，更以其深刻的数学结构，为我们理解世界运行规律提供了独特的哲学透镜。当我们超越纯粹的计算，从思想层面审视这一对概念时，会发现其中蕴含的“变与不变”、“方向与本质”的辩证关系，恰如一面明镜，映照个体成长、社会运行乃至文明演进的深层逻辑。 1. 数学定义：结构中的不变性探微。 设 A 是 n 阶方阵，如果存在数 λ 和 n 维非零列向量 X，使关系式 $AX = \lambda X$ 成立，那么，称 λ 为方阵 A 的特征值，非零列向量 X 称为 A 的对应于特征值 λ 的特征向量。这一定义的精髓在于揭示了一个深刻的数学现象：在特定的线性变换（A）作用下，空间中存在某些方向（X）上的向量，其变换结果仅体现为原向量的伸缩（λ 倍），方向本身却岿然不动。特征向量如同变换风暴中的“定海神针”，特征值则是这根神针

案例正文	被拉伸或压缩的尺度。这种“方向不变性”的发现，是数学对世界规律的一种高度抽象。它暗示着纷繁复杂的动态系统中潜藏着稳定的结构核心——正如赫拉克利特所言“万物皆流，无物常驻”，而特征方向正是这流动中相对恒定的坐标轴。 2. 哲学启示：本质与方向的辩证统一。 从哲学维度审视，特征值与特征向量构成了一对精妙的辩证统一体： 特征值：本质的量化标度。特征值代表了系统在特定方向上的“作用强度”或“内在属性”。正特征值意味着扩张与生长，负特征值暗示收缩与抑制，零特征值则指向湮灭的临界。这恰似个体生命中的核心禀赋——有人如正值般蓬勃进取，有人如负值般沉稳内敛，但正是这些“本征特质”决定了我们在时代浪潮中的基本反应模式。社会结构中的核心价值观亦如特征值，其“数值”的稳定性是社会凝聚力的根基。 特征向量：发展的方向性指引。特征向量标定了系统演化的“优先通道”。一个矩阵可能有多个特征方向，最大特征值对应的主特征向量则昭示了系统演化的主导趋势。这正如人生道路的选择——个体需在诸多可能性中辨识与自身“特征值”最匹配的方向，才能实现能量最大化释放。对国家而言，发展战略的制定亦需精准识别社会演化的“主特征方向”，方能在变革中保持航向的稳定性。 3. 社会镜像：变革中的结构稳定性。 特征向量的“方向不变性”在社会领域具有深刻的隐喻意义。社会转型常被喻为巨大的“线性变换”——经济结构重组、技术革命冲击、文化范式更迭。在此过程中，一个健康的社会系统必然存在某些“特征方向”： 如法治精神、公平正义等核心价值（特征向量），纵使社会表象剧烈变化，其方向应保持内在恒定； 而民主程度、民生水平等关键指标（特征值），则可在稳定方向上实现量级提升。 当社会系统缺乏显著的特征方向（即特征向
------	---

案例正文	量不明确)，或核心方向被频繁扭转，往往意味着系统处于失序或动荡状态。反之，清晰稳定的特征方向是社会韧性之源，它允许外在形式灵活调整（如政策迭代、技术更新），而内在发展轴线始终如一。 4. 个体觉醒：在时代矩阵中定位本真。对个体而言，理解“特征值-特征向量”的哲学，即是一场寻找“本真方向”的觉醒之旅。每个人都是时代矩阵中的一个独特向量： 认识自身“特征值”（核心能力与价值观）， 辨识环境矩阵的“特征方向”（时代趋势与机遇），当两者方向高度契合时，个体能量将如特征向量般被高效放大。孔子“三十而立”的智慧，正是确立了人生坐标系的“主特征方向”；王阳明“知行合一”的实践，则是在行动中校准方向与本质的统一性。 特征值与特征向量，这一对诞生于数学演算中的抽象概念，早已超越了纯粹的技术范畴。它以其简洁而深刻的逻辑，揭示了复杂系统中“变与不变”、“方向与本质”的永恒辩证法。在科技狂飙突进、社会加速迭代的今天，这一数学思想启示我们：真正的进步不在于盲目追逐所有变化，而在于识别并坚守那些决定系统本质的核心方向（特征向量），同时在这些方向上实现价值的持续增长（特征值优化）。唯有如此，个体生命才能在纷繁世相中锚定意义，人类文明才能在历史长河中保持其独特而璀璨的“本征光芒”。
分析评价	特征值与特征向量，这一对诞生于数学演算中的抽象概念，揭示了复杂系统中“变与不变”、“方向与本质”的永恒辩证法
评 价 者	李超教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-038
案例标题	特征值与特征向量的性质
案例来源	原创案例
内容简介	特征值与特征向量的性质及所蕴含的思政元素
关键词	特征值；特征向量；可逆矩阵；转置矩阵
编写时间	2024-04-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	社会如何发展，爱国、敬业、诚信等核心价值必须保持稳定，构成社会共识的“特征值”，确保民族精神谱系不变形、不偏移
素材长度	1188
案例正文	知识点：特征值与特征向量的性质 性质 1：设矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$，则 (1) $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$； (2) $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = A$ 性质 2：矩阵 A 和 A^T 有相同的特征值。 性质 3：设 A 是 n 阶可逆矩阵，则 (1) A 的特征值都不为零； (2) 若 λ 是 A 的特征值，则 λ^{-1} 是 A^{-1} 的特征值。 性质 4：设 $f(x) = a_m x^m + \dots + a_1 x + a_0$ 是关于 x 的多项式，A 是 n 阶方阵，此时 $f(A) = a_m A^m + \dots + a_1 A + a_0 E$，若 λ 是 A 的特征值，则 $f(\lambda)$ 是 $f(A)$ 的特征值。 特征值与特征向量是线性代数中的核心概念，它们揭示了线性变换的结构特征。在数学逻辑之外，这些性质蕴含的哲学与思想价值，恰与当代思政教育倡导的辩证思维、价值选择与系统发展观形成深刻呼应。 1. 特征值：系统本质的稳定性与价值内核。特征值（λ）满足方程 $AX = \lambda X$，揭示了线性变换 A 在特定方向（特征向量 X）上的“伸缩”本质。这一数学特质蕴含三重思政深意：

案例正文	核心价值的稳定性。特征值代表系统在特定方向上的不变尺度，正如社会主义核心价值观在个体精神结构中发挥的“定盘星”作用。无论社会如何发展，爱国、敬业、诚信等核心价值必须保持稳定，构成社会共识的“特征值”，确保民族精神谱系不变形、不偏移。 发展路径的适应性。不同特征值对应不同伸缩率，象征多元发展路径的合理性。正如中国特色社会主义道路尊重区域差异（如“东部率先”“西部开发”），在统一目标下允许地方探索符合自身“特征值”的发展模式，避免僵化的一刀切。 矛盾演化的方向性。实特征值对应特征向量的方向不变性，体现主要矛盾发展的必然趋势；而复特征值则暗示螺旋上升的辩证过程。这启示我们：社会改革既要把握主流方向（如共同富裕），也要理解局部震荡（如产业结构调整）的必然性，避免机械线性思维。 2. 特征向量：结构方向的主体性与协同共生 特征向量 v 标志着变换下方向不变的轴线，其性质映射了社会组织与个体定位的深层逻辑： 主体地位的不可替代性。特征向量相互独立，每个方向都承载独特的变换意义。这喻示个体在社会系统中的独特价值——农民保障粮食安全、科技工作者推动创新、教师培育人才，如同不同特征向量共同构成变换的完备基，缺一不可。 协同共生的系统性。特征向量张成空间，使复杂变换简化为特征基上的伸缩操作。这对应“人类命运共同体”理念：国家行为体如同特征向量，在联合国框架（特征基）下通过分工协作（特征值差异），实现全球治理的高效运行。 干扰下的韧性机制。若特征向量正交（如对称矩阵），系统对扰动具备强稳定性。这正如社会主义核心价值观需内化为公民的自觉行动（正交化），形成抵御意识形态渗透的“免疫系统”。例如，面对历史虚无主义，唯有筑牢主流价值防线（强化特征向量正交性），方可维护文化安全。
------	--

案例正文	数学之抽象，常在不经意间成为思想的隐喻。特征值与特征向量的稳定性、方向性与结构性，恰似社会发展中核心价值的锚定、多元主体的共生与系统变革的辩证统一。理解这些性质，不仅让我们把握线性变换的数学本质，更赋予我们解读时代课题的思维工具——在复杂系统中锚定价值坐标、在多元共生中凝聚发展合力、在动态演进中保持战略清醒，这正是数学理性馈赠思政教育的深刻智慧。
分析评价	特征值与特征向量的稳定性、方向性与结构性，恰似社会发展中核心价值的锚定、多元主体的共生与系统变革的辩证统一。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-039
案例标题	特征值与特征向量的应用
案例来源	原创案例
内容简介	通过“系统稳定—降维求真—协同共振”三重维度展开论述，将高铁控制、数据科学、抗震设计等前沿应用与科技自立、矛盾分析、
关键词	特征值；特征向量；降维求真
编写时间	2024-04-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	基于共同理想信念的“方向自觉”，正是中国精神最动人的特征向量，它使无数个体动能叠加为推进历史车轮的巨力
素材长度	1484
案例正文	知识点：特征值、特征向量 特征值与特征向量的应用：数学之钥与时代之魂的交响 在线性代数深邃的殿堂中，特征值与特征向量如同两颗璀璨的明珠，其精妙的数学内涵早已超越了纯粹的理论推演，成为洞悉世界规律、驱动科技创新的核心工具。当我们将目光投向国家发展的宏伟蓝图与个体成长的深刻命题时，更能发现这些抽象概念中蕴含的思政光辉——它们不仅是解开复杂系统的钥匙，更是塑造科学精神、启迪人生智慧、熔铸家国情怀的生动载体。 1. 系统稳定之锚：科技自立中的“定力”哲学 特征值在动力系统分析中扮演着决定性角色。一个系统的长期行为，往往由其系数矩阵的特征值实部符号所主宰——负实部带来稳定收敛，正实部则导致发散失控。这一原理深刻体现在我国高铁网络的控制系统中：工程师们通过精密计算转向架振动模型的特征值，确保列车以 350 公里时速飞驰时依然稳如磐石。这种对“稳定性”的极致追求，正是科技自立自强战略的微观映射。它启示我们：个人成长与国家发展皆需核心技术的“负特征值”作为定力之源。正如面对外部技术封锁，唯有在关键领域筑牢自主可控的根基（保持系统“稳定”），才能在风浪中行稳致远。华为海思芯片的“备胎转正”、北斗卫星导航系统的全面组网，无不是以万千科研工作

案例正文	者计算的“特征值”为基石，在科技博弈中构筑起“任凭风浪起，稳坐钓鱼台”的东方智慧。 2. 降维求真之道：社会洞察中的“主要矛盾”思维 特征向量指向了线性变换中保持方向不变的“主轴”，而主成分分析（PCA）正是利用这一特性，从海量数据中提取最具代表性的特征向量（主成分），实现复杂信息的高效降维与本质呈现。这恰如社会治理中对主要矛盾的精准把握。例如在区域经济差异研究中，统计学家通过计算各地区 GDP、产业结构、人口素质等指标协方差矩阵的特征向量，提炼出影响发展不平衡的核心维度（如“创新驱动度”或“基础保障力”），为国家精准扶贫与共同富裕政策提供靶向性依据。此过程深刻契合唯物辩证法的精髓——在纷繁现象中抓住支配性矛盾（主特征方向），以核心突破带动全局跃升。从“脱贫攻坚”聚焦绝对贫困这一最大短板，到“双碳”目标锁定能源结构转型的关键抓手，无不彰显着对社会复杂系统进行“主成分提取”的战略智慧。 3. 协同共振之谐：集体价值中的“方向”自觉 当多个振动系统耦合时，其整体运动可分解为若干独立的“简正模”，每个模由特定特征向量描述，对应系统内禀的协同频率。这一原理在大型工程如港珠澳大桥的抗震设计中至关重要：工程师通过调整结构参数，使特征向量（振动模态）避开地震波频段，避免灾难性共振。这隐喻着个体与集体关系的最高境界——在保持独特频率的同时，自觉将“特征向量”校准至民族复兴的宏大频谱。黄大年放弃国外优渥条件归国攻关深地探测，其科研“频率”与国家资源战略需求完美共振；无数“最美逆行者”在疫情中挺身而出，个人行动向量汇聚成抗击灾难的磅礴合力。这种基于共同理想信念的“方向自觉”，正是中国精神最动人的特征向量，它使无数个体动能叠加为推进历史车轮的巨力。 特征值与特征向量，这一对数学精灵，早已从纸面公式跃入时代洪流。它们以“稳定锚”的定力夯实强国之基，以“降维尺”的
------	--

案例正文	锐眼洞察社会本真，更以“共振谱”的和谐凝聚万千人心。当我们解算卫星轨道的特征方程时，是在丈量通往星辰大海的征程；当我们在数据中寻找主成分时，是在绘制共同富裕的精准蓝图。让数学的逻辑之美与思政的价值之光交相辉映，在特征向量的指引下校准人生坐标，于特征值的稳定中筑牢事业根基——这正是新时代赋予每一位求知者的神圣使命：以理性之钥开启创新之门，以赤子之心熔铸报国之魂，共同谱写中华民族伟大复兴奋进曲中最恢弘的“特征谱系”。
分析评价	特征值与特征向量，其精妙的数学内涵早已超越了纯粹的理论推演，成为洞悉世界规律、驱动科技创新的核心工具。
评 价 者	王念良教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-040
案例标题	相似矩阵的定义及性质
案例来源	原创案例
内容简介	相似矩阵的定义及性质及所蕴含的思政元素
关键词	相似矩阵；可逆矩阵；相似变换；相似变换矩阵
编写时间	2024-5-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	包容多元视角的智慧，勇于自我革新的勇气
素材长度	1504
案例正文	知识点：相似矩阵定义、性质 定义：设 A 与 B 都是 n 阶方阵，若存在可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP = B$，则称 B 是 A 的相似矩阵，或称矩阵 A 与 B 相似，记作 $A \sim B$。对 A 进行运算 $P^{-1}AP$ 称为对 A 进行相似变换，可逆矩阵 P 称为把 A 变成 B 的相似变换矩阵。 性质 1：矩阵的相似有以下性质： 自反性：对任意方阵 n 阶方阵 A，A 与 A 相似。 对称性：若 A 与 B 相似，则 B 与 A 相似。 传递性：若 A 与 B 相似，则 B 与 C 相似，则若 A 与 C 相似。 性质 2：若 $A \sim B$，则 $A^T \sim B^T$ 若 $A \sim B$，设 $f(x)$ 是一个多项式，则 $f(A) \sim f(B)$。 若 $A \sim B$，且 A 可逆，则 B 也可逆，且 $A^{-1} \sim B^{-1}$ 在线性代数的宏伟殿堂中，相似矩阵堪称揭示矩阵内在本质的 一把精巧钥匙。其定义蕴含的深邃思想远超纯粹符号推演，其折射 出的“变中求同”哲学与“本质恒存”智慧，为我们理解个体成 长、社会演进乃至文明对话提供了富有启发性的思辨框架。 1. 相似矩阵的数学核心：变换下的不变性 相似关系最引人入胜之处，在于它揭示了一类关键属性在特定 变换下的顽强不变性：

案例正文	特征值的永恒性：若 A 与 B 相似，则二者拥有完全相同的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$。特征值犹如矩阵的“基因序列”，决定着其核心行为模式（如系统稳定性、振动频率）。 行列式与迹的同一性：$A = B$ 且 $tr(A)=tr(B)$。行列式反映线性变换的“体积缩放率”，迹代表特征值之和，二者均为相似等价类的不变量。 秩的守恒性：$rank(A)=rank(B)$。秩是矩阵所蕴含信息“自由度”的度量，相似变换不改变这一根本维度。 这些不变性深刻说明：无论观测视角如何转换（即 P 的选取），事物的某些根本属性如同锚点，始终稳固存在。这恰似个体在时代洪流中坚守理想信念——外在环境（“坐标系” P）可变，但精神内核（“特征值”）决定了生命的最终轨迹。 2. 哲学意涵：表象更迭与本质守恒的辩证统一 相似矩阵的数学结构蕴含了丰富的辩证思维： 表象与本质的辩证关系：A 与 B 可能具有截然不同的具体形式（如在自然基与自定义基下的表示），但其核心特征却完全一致。这警示我们：认识事物需穿透表象迷雾，把握其不变的本质规律。社会发展中的具体政策（“表象 A 或 B”）会随历史条件调整，但为人民谋幸福的初心（“特征值”）始终是指引方向的北斗。 主体能动性与客观规律性：可逆矩阵 P 象征主体选择视角或改造环境的能力。相似关系表明：人的主观能动性（变换 P）可改变事物的呈现方式，却无法撼动其内在客观规律（不变量）。正如科技创新可改变生产力形式，但生产关系需适应生产力水平的规律永恒不变。 3. 思政启示：在时代变革中锚定核心价值 相似矩阵的“变中不变”思想为个体与社会发展带来深刻启示： 坚守价值内核的定力：面对信息爆炸与思潮激荡，青年需如相似矩阵的特征值一般，在多元坐标系中辨识并坚守社会主义核心价
------	--

案例正文	价值观这一“精神特征值”。它是个人融入社会、贡献力量的根基。 包容多元视角的智慧：不同的P使同一线性变换在不同坐标系下呈现为不同矩阵A与B，但二者本质等价。这启示我们：文明对话应尊重不同文化背景（不同的“基”），在多样性中寻求人类共同价值的“相似标准型”。构建人类命运共同体，正是要在多元文明坐标系下寻求和平与发展的“最大公约数”。 勇于自我革新的勇气：相似变换本身是一种主动选择新视角（P）的过程。这喻示：个体与国家需具备自我革新、转换思维（主动求“变”）的能力，以适应时代需求，但目标始终指向提升本质能力（守护核心“不变量”）。深化改革正是通过调整体制机制（变换P），更好地释放社会主义制度优越性（不变的特征值）。 相似矩阵以其简洁的等式$P^{-1}AP=B$，向我们昭示了一条穿越表象、直抵本质的认知路径。它不仅是线性代数的瑰宝，更蕴含着如何在纷繁变幻中守护不变价值、在多元视角下寻求普遍共识的深刻智慧。在中华民族伟大复兴的征程中，我们既要勇于创新求变（选择最优的P），更要坚守初心如磐（守护核心特征值），在“变”与“不变”的辩证统一中推动个人价值与社会进步的和谐共振。唯此，方能在时代的相似变换中，始终立于价值坐标的原点，行稳致远。
分析评价	相似矩阵以其简洁的等式$P^{-1}AP=B$，向我们昭示了一条穿越表象、直抵本质的认知路径，更蕴含着如何在纷繁变幻中守护不变价值、在多元视角下寻求普遍共识的深刻智慧。
评 价 者	李超教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-041
案例标题	方阵的相似对角化
案例来源	原创案例
内容简介	方阵的相似对角化的定义，及可相似对角化的充要条件，以及其中所蕴含的思政元素
关键词	相似对角化；线性无关；特征向量
编写时间	2024-05-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	在探索真理的道路上，既要勇于剥离表象直抵核心规律，又要善于转换视角化繁为简，更需在个性与共性的辩证统一中寻求最优解。
素材长度	1655
案例正文	知识点：相似对角化 定义：设方阵 A 与能与一个对角阵 Λ，则称 A 可以相似对角化，简称 A 可对角化。 定理：n 阶方阵 A 可以相似对角化的充要条件是 A 有 n 个线性无关的特征向量。 方阵的相似对角化：线性代数中的哲学智慧与思政启示。在数学的抽象王国里，方阵的相似对角化理论以其简洁与深刻，成为线性代数皇冠上的明珠。这一理论不仅揭示了矩阵内在结构的精妙，更蕴含着丰富的哲学思想和思政价值。当我们超越公式与定理的表层，深入探索其背后的思维范式与精神内核，便能发现其与人类认识世界、改造世界的实践智慧高度契合。 1. 特征值与特征向量：透过现象把握本质的哲学思辨 方阵的相似对角化过程始于特征值与特征向量的求解。特征方程 $A - \lambda E = 0$ 的求解，象征着从复杂系统中剥离干扰因素，直抵核心属性的过程。这恰如辩证唯物主义所强调的“透过现象看本质”——在纷繁复杂的表象中，识别决定事物发展方向的内在主要矛盾。 特征值代表矩阵变换中不变的“尺度因子”，如同事物发展中的根本规律，不随表象变化而转移；

案例正文	特征向量则指示了该规律作用的具体方向，是规律在特定维度上的体现。正如马克思所言：“如果事物的表现形式和事物的本质会直接合而为一，一切科学就都成为多余的了。”特征值与特征向量的求解，正是数学对“去伪存真”这一科学精神的完美演绎。 2. 相似变换与对角化：化繁为简的方法论启示 若方阵 A 有 n 个线性无关的特征向量，则可构造可逆矩阵 P（以特征向量为列），使 $P^{-1}AP = \Lambda$（对角矩阵）。这一相似变换的实质，是在新坐标系下将复杂线性变换简化为沿坐标轴的独立伸缩变换。这一过程蕴含深刻的方法论启示： 坐标变换的智慧：复杂问题往往源于观察视角的局限。相似变换启示我们，转换坐标系（即改变观察角度）能化繁为简。正如在社会治理中，有时需调整政策视角才能破解系统性难题。 解耦与独立处理：对角矩阵 Λ 的非对角元为零，意味着变换在特征向量方向上完全独立。这启发我们：解决复杂系统问题时，应识别关键变量并尝试“解耦”，分而治之。例如国家治理中经济、文化、生态等领域的协同推进，需既把握整体关联，又尊重各子系统独立性。 标准化与规范化：对角化是矩阵的“标准型”，为比较与分类提供统一标尺。这呼应了社会运行中制度与规则的重要性——标准化是高效协作的基础，正如社会主义核心价值观为社会成员提供共同的价值坐标。 案例：柯西在 19 世纪对二次型主轴问题的研究，正是通过坐标旋转（一种正交相似变换）消去交叉项，将复杂曲面简化为标准形式，奠定了对角化的几何基础。这种“复杂→简单”的转化思维，是科学探索的永恒主题。 3. 可对角化条件：个性与共性的辩证统一 并非所有方阵都可对角化。矩阵可对角化的充要条件是其有足够线性无关的特征向量（即几何重数等于代数重数）。这一数学条件映射着深刻的辩证关系：
------	--

案例正文	个性（特殊性与多样性）：不可对角化矩阵（如某些若当块）的存在，表明系统可能存在“缺陷”或内在耦合过强。这提醒我们尊重事物的特殊性与多样性，避免“一刀切”思维。如同教育领域需因材施教，社会政策需考虑地域差异。 共性（普适性与规范性）：可对角化矩阵代表系统具备良好的“可分解性”，其行为高度可预测。这体现了共性规律对系统优化的价值——标准化流程、普适性制度是社会高效运行的基石。数学上，我们通过若当标准型处理不可对角化矩阵，这恰似在实践中对特殊问题采取特殊策略，体现原则性与灵活性的统一。 方阵的相似对角化理论，远不止于数学技巧的演练。从特征值揭示的本质主义哲学，到相似变换蕴含的方法论智慧，再到可对角化条件体现的辩证思维，这一理论深刻映射了人类认识与实践的核心逻辑。它教导我们：在探索真理的道路上，既要勇于剥离表象直抵核心规律，又要善于转换视角化繁为简，更需在个性与共性的辩证统一中寻求最优解。正如一个可对角化的矩阵在恰当基底下方显其简洁本质，人类社会也需在科学理论与正确价值观的“基底”下，才能实现和谐有序的“对角化”发展。这，正是线性代数馈赠给人类思想的不朽启示。
分析评价	从特征值揭示的本质主义哲学，到相似变换蕴含的方法论智慧，再到可对角化条件体现的辩证思维，这一理论深刻映射了人类认识与实践的核心逻辑。
评 价 者	李超教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-042
案例标题	哈密顿-凯莱定理
案例来源	原创案例
内容简介	介绍哈密顿-凯莱（Hamilton-Cayley），以及成就和评价
关键词	哈密顿-凯莱定理；特征多项式；零矩阵
编写时间	2024-06-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	作为现代科学的隐形支柱，它激励着新一代学者探索代数的无限可能。在当今高速发展的科技时代，重温这一定理，不仅是对历史的致敬，更是对未来的投资。
素材长度	1650
案例正文	知识点：哈密顿-凯莱定理 设 A 是数域 P 上一 $n \times n$ 矩阵，$f(\lambda) = \lambda E - A$ 是 A 的特征多项式，则 $f(A) = A^n - (a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn})A^{n-1} + \cdots + (-1)^n A E = 0$ 哈密顿-凯莱定理：数学的基石与不朽成就 哈密顿-凯莱定理（Hamilton-Cayley Theorem）是线性代数中的核心定理之一，它揭示了矩阵与其特征多项式之间的深刻联系。具体来说，对于一个 $n \times n$ 方阵 A，其特征多项式定义为 $f(\lambda) = \lambda E - A$。该定理断言：矩阵 A 满足其自身的特征方程，即 $f(A) = 0$（零矩阵）。这意味着，将矩阵 A 代入其特征多项式后，结果为零矩阵。这一定理不仅简化了矩阵计算，还为现代数学和工程应用奠定了基石。本文将全面介绍哈密顿-凯莱定理的背景、内容、成就及其评价，以展示其在科学史上的重要地位。 1. 定理的起源与历史背景 哈密顿-凯莱定理得名于两位 19 世纪的数学巨匠：威廉·罗文·哈密顿（William Rowan Hamilton）和阿瑟·凯莱（Arthur Cayley）。哈密顿（1805 - 1865）是爱尔兰数学家和物理学家，以四元数和光学理论闻名。他在 1853 年研究线性变换时，首次观察

案例正文	到矩阵满足其特征方程的现象，但未完全形式化。凯莱（1821 - 1895）作为英国代数学家，在 1858 年独立提出并推广了这一定理，将其纳入矩阵理论的系统框架中。凯莱的贡献在于将定理从特定案例抽象为一般形式，并发表在《哲学杂志》上，使之成为线性代数的标准工具。这一发现的背景源于 19 世纪数学的“代数革命”。当时，矩阵理论刚萌芽，哈密顿和凯莱的工作旨在解决多项式方程和线性变换的统一问题。他们的合作虽非直接（两人未共事），但定理的命名体现了对双重贡献的认可。历史意义在于，它标志着从古典代数到现代抽象代数的过渡，为后续的向量空间理论和特征值分析铺平了道路。 2. 定理的核心内容与数学成就 哈密顿-凯莱定理的表述简洁而深刻：给定矩阵 A，其特征多项式 $f(\lambda) = \lambda^n - (a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn})\lambda^{n-1} + \cdots + (-1)^n A = 0$ 则 $f(A) = A^n - (a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn})A^{n-1} + \cdots + (-1)^n A E = 0$。 这看似简单的等式，却蕴含着多重成就。 理论突破：连接特征值与矩阵行为。定理的核心成就在于建立了特征值（矩阵的“DNA”）与矩阵本身的操作性联系。特征值描述线性变换的缩放因子，而 $f(A)=0$ 表明矩阵可通过其自身多项式“湮灭”。这简化了矩阵幂的计算，例如在求解 A^k 时，可直接利用特征多项式降阶，避免繁琐的迭代。更重要的是，它证明了每个矩阵都是其极小多项式的根，从而统一了矩阵与多项式的理论框架。这一突破为凯莱-哈密顿定理在群论和表示论中的扩展埋下伏笔，例如在有限群表示中用于验证不可约性。 应用广泛性：从基础计算到工程实践。定理的实际成就体现在其跨学科应用。在线性代数中，它用于矩阵对角化、Jordan 标准形计算，以及求解线性微分方程。在控制理论中，定理帮助分析系统稳定性（例如，通过特征值判断动力学的收敛性）。在计算机科学中，它优化了算法设计，如数值线性代数库（LAPACK）利用
-------------	---

	它加速矩阵运算。据统计，现代工程软件如 MATLAB 的核心模块依赖这一定理处理大规模数据，凸显其持久实用性。 教育意义：塑造现代数学教学。作为大学线性代数课程的标准内容，定理的教学成就不可忽视。它帮助学生直观理解抽象概念。这培养了学生的代数思维，并为后续学习（如量子力学中的算子理论）提供跳板。 3. 评价：影响与局限性 哈密顿-凯莱定理自诞生以来，受到数学界的高度评价，但也面临一些批评，这反映了其多维度的科学价值。 正面评价：数学史上的里程碑。该定理被誉为“线性代数的皇冠明珠”，因其以优雅方式统一了离散与连续数学。著名数学家赫尔曼·外尔（Hermann Weyl）称其为“代数的自洽性证明”，强调它揭示了数学内在和谐。在应用中，它推动了 20 世纪科技革命：例如，在电路分析中，通过 $f(A)=0$ 简化网络方程；在机器学习中，支持主成分分析（PCA）的协方差矩阵处理。其思想还渗透到物理学，如量子力学中哈密顿算符的特征方程直接源于此。历史影响上，定理启发了诺特（Emmy Noether）的环论工作，巩固了其在现代代数结构中的核心地位。 局限性：计算复杂性与理论约束。尽管成就斐然，定理并非完美。批评者指出，对于高维矩阵，计算特征多项式本身可能数值不稳定，导致实际应用受限。此外，定理是存在性的，而非构造性的——它不提供求解 A 的具体算法，需结合其他方法如特征向量分解。在理论上，它仅适用于方阵，无法直接推广到非方阵或无限维空间，这暴露了线性代数的边界。然而，这些局限推动了后续发展，如数值方法的改进（Krylov 子空间技术）部分弥补了缺陷。
分析评价	伟大定理源于对基础的深刻洞察，其价值将随科技演进历久弥新。
评 价 者	李超教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-043
案例标题	实对称矩阵及其对角化
案例来源	原创案例
内容简介	实对称矩阵及其对角化及所蕴含的思政元素
关键词	实对称矩阵；对角化；特征向量
编写时间	2024-06-20
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	真正的治理智慧，在于构建一个如正定矩阵般的内在规则，使多元个体在对称的秩序中，沿各自特征方向释放最大价值，最终汇聚成磅礴而稳定的文明合力
素材长度	1583
案例正文	知识点：实对称矩阵的特征值与特征向量 实对称矩阵的对角化：数学秩序与社会和谐的哲学互鉴。 实对称矩阵是线性代数中一类结构优美、性质深刻的特殊矩阵，其核心特性——可被正交矩阵对角化——不仅揭示了高维空间的本质结构，更蕴含着丰富的哲学意蕴。从思政视角审视这一数学对象，我们能从理性秩序、辩证统一与价值追求等维度，获得关于社会治理与个体发展的深刻启示。 1. 实对称性与社会公平正义的秩序基石 实对称矩阵的定义要求其元素满足 $a_{ij} = a_{ji}$。这种“对称性”绝非偶然装饰，而是内在秩序的体现。在数学层面，它确保了矩阵在任意转置操作下保持不变，是系统稳定性的代数表达。正如一个对称矩阵的每个元素都明确知晓自身位置及与“对岸”元素的关系，一个理想的社会结构也应建立在对称的权利与义务基础上：公民在法律面前的平等（法律对称）、机会的均等开放（机会对称）、资源分配的透明合理（分配对称）。 实对称性确保了矩阵特征值的实数性，消除了虚妄的振荡。这正如社会规则对公平正义的坚守，能消除不稳定的投机与虚浮的泡沫，为系统赋予可预测的基石。当每个个体在清晰、对称的规则中

案例正文	行动，社会便如同实对称矩阵般拥有内在的稳定性和可预期性，避免因规则倾斜而引发的系统性风险。 2. 正交对角化：多元个体与系统和谐的辩证统一 实对称矩阵最深刻的定理之一，是其总能通过正交变换实现对角化：$A = Q\Lambda Q^T$，Λ 是由征值构成的对角矩阵，Q 是正交矩阵（满足 $Q^T Q = E$）。这一过程揭示了复杂系统可被解构为独立“主成分”的叠加，且这些主成分方向彼此正交（独立），互不干扰。 特征值（Λ）：矛盾特殊性的标识 特征值代表系统在不同独立方向上的“伸缩”程度，即主要矛盾或核心特质的影响力大小。在社会语境中，特征值可类比为不同群体、阶层或领域的核心诉求与发展动能。承认特征值的差异性（正、负、零），就是承认社会矛盾的特殊性与多样性。 正交基（Q）：独立个体的价值坐标。特征向量构成的正交基，为系统提供了不冗余、不重叠的独立描述维度。这正如社会由无数独特个体组成，每个个体拥有其独立价值坐标与发展方向。正交性确保了每个个体在系统中的坐标是唯一且不受他人定义的——这正是个体尊严与独立人格的数学隐喻。 对角化（$A = Q\Lambda Q^T$）：多元协同的系统表达。整个对角化过程表明：一个复杂的实对称系统（A），可以完美表达为独立个体（Q 的列向量）在其各自特征方向（特征值）上作用的线性组合。这揭示了系统与个体并非对立，而是辩证统一：系统的整体性（A）源于个体在独立方向上的有效协同。和谐社会的构建，并非消灭个体差异，而是如正交对角化般，在尊重个体独立价值（正交性）的基础上，让每个个体在适合自身特质的方向（特征值）上充分发展，最终汇聚成系统整体的稳定与繁荣。 3. 正定性：社会价值导向的积极动能 当实对称矩阵所有特征值为正时，其被称为正定矩阵。这意味着系统在任何非零方向上都具有“正向”的推动作用。映射至社会领域，正定性要求我们关注制度、政策、文化是否能激发普遍的积极
------	---

案例正文	动能——是否能促进生产力发展、人民福祉提升、文明进步。 一个具有“正定性”的社会系统，其规则与结构应能引导个体能量向建设性方向释放，抑制破坏性因素（负特征值），转化零散动能（零特征值）。这要求我们不断调适制度矩阵，确保其核心特征值（如公平感、获得感、安全感）持续为正，从而驱动社会系统整体向上、向善发展。 实对称矩阵及其优美的对角化定理，不仅闪耀着数学理性的光辉，更如同一面棱镜，折射出关于社会秩序、个体价值与系统和谐的深邃哲思。它教导我们：真正的和谐并非无差别的同一，而是如正交基般彼此尊重独立坐标；真正的稳定并非僵化不变，而是如特征值般在矛盾运动中保持核心动能；真正的治理智慧，在于构建一个如正定矩阵般的内在规则，使多元个体在对称的秩序中，沿各自特征方向释放最大价值，最终汇聚成磅礴而稳定的文明合力。在探索国家治理现代化的征途上，这份来自数学王国的秩序启示，值得每一位建设者深思。
分析评价	实对称矩阵及其优美的对角化定理，不仅闪耀着数学理性的光辉，更如同一面棱镜，折射出关于社会秩序、个体价值与系统和谐的深邃哲思。
评 价 者	王念良教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-044
案例标题	实对称矩阵及其对角化的应用
案例来源	原创案例
内容简介	实对称矩阵的对角化理论，在解决结构力学难题中展现的精确性、规律性，恰是科技强国建设中不可或缺的思维品质。
关键词	实对称矩阵；对角化；特征向量
编写时间	2023-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	科学精神中的价值担当
素材长度	1137
案例正文	知识点：实对称矩阵的对角化 实对称矩阵对角化在结构力学中的应用案例及其思政启示。 在工程结构分析中，构件内部任意一点的应力状态可用一个二阶应力张量描述。该张量在笛卡尔坐标系下可表示为一个实对称矩阵： $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$ 其中，σ_{ii} 为正应力分量，τ_{ij} 为切应力分量，且满足 $\tau_{ij} = \tau_{ji}$，确保了矩阵的实对称性。这个看似抽象的结构，恰恰揭示了材料内部受力的本质规律。 1. 实际问题：主应力方向的求解困境 在设计桥梁关键支撑部件时，工程师发现存在一组特定正交方向（主平面），其上切应力为零，仅有正应力（主应力）。确定此方向对预测材料失效至关重要： 材料强度评估：主应力值直接关乎材料是否达到屈服或断裂极限。 优化设计：沿主应力方向布置钢筋或纤维可最大化材料利用效率。 破坏预测：裂缝通常沿最大主应力方向萌生扩展。

案例正文	然而，在初始坐标系下，应力分量相互耦合，难以直观识别主方向，亟需理论工具实现解耦分析。 2. 实对称矩阵对角化：数学工具破译工程密码 根据线性代数原理，实对称矩阵必可通过正交相似变换实现对角化： $\sigma' = P^T \sigma P = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & \tau_{zy} & \sigma_3 \end{bmatrix}$ 其中： P 为正交矩阵，其列向量为 σ 的标准正交特征向量，对应三个相互垂直的主方向。 对角元素 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 即为特征值，代表三个主应力值。 计算过程与工程实践： 1. 建立矩阵：通过传感器或有限元软件获取某点六个独立应力分量。 2. 求解特征方程：计算 $\sigma - \lambda E = 0$ 的根，得主应力 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$。 3. 确定特征向量：代入 $(\sigma - \lambda_i E)\vec{v}_i = 0$，解得单位特征向量 $\vec{v}_i$。 4. 构建变换矩阵：$P = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ 即主方向基。 5. 应用结果：将设计指标转换至主方向坐标系进行分析，大幅简化强度校验流程。 案例成果：在某高铁桥梁钢桁架节点分析中，对角化技术成功定位最大主应力区域，指导焊缝强化设计，使结构安全系数提升 1 5%，避免潜在疲劳裂纹风险。 3. 思政融合：科学精神中的价值担当 实对称矩阵对角化在结构力学中的应用超越了纯技术范畴，蕴含着深刻的思政育人价值：
------	--

	科学维度	思政映射	实践启示
	对称性蕴含内在秩序	反映事物发展的客观规律性	培养严谨求实的科学态度，探索真理
	正交变换实现解耦	复杂表象中锁定关键矛盾	提升辩证思维，把握问题本质
	特征值决定系统特性	核心要素支配全局发展方向	强化关键核心技术攻关意识
	精确计算保障安全	工程质量关乎人民生命财产安全	锤炼精益求精的工匠精神
案例正文	桥梁设计师通过数学工具守护的是飞驰列车中的千万生命，每一次精确的特征值计算，都是对“人民至上、生命至上”理念的重量承诺。当工程师将σ矩阵精确对角化时，不仅是在完成数学操作，更是在履行守护公共安全的社会契约——这正是数学力量背后的人文温度。 结语：实对称矩阵的对角化理论，架起了抽象数学与工程实践的桥梁。它在解决结构力学难题中展现的精确性、规律性，恰是科技强国建设中不可或缺的思维品质。我们当以严谨逻辑求解特征方程，更要以赤诚之心求解“为国为民”的时代命题，在科学探索中筑牢责任之基，在技术创新里书写报国之志——这便是矩阵运算中蕴藏的价值密码。		
分析评价	实对称矩阵的对角化理论，架起了抽象数学与工程实践的桥梁。它在解决结构力学难题中展现的精确性、规律性，恰是科技强国建设中不可或缺的思维品质。		
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院		

案例编号	XXDS-045
案例标题	二次型及其矩阵表示
案例来源	原创案例
内容简介	二次型及其矩阵表示及其所蕴含的思政元素
关键词	二次型；矩阵表示；实对称矩阵
编写时间	2024-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	具体问题具体分析，知行合一
素材长度	1374
案例正文	知识点：二次型、矩阵表示 定义：含有 n 个变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的二次齐次多项式 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{nn}x_n^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + \dots + 2a_{n-1,n}x_{n-1}x_n$ 称为二次型。 如果规定 $a_{ij} = a_{ji}$，则当 $i \neq j$ 时有 $2a_{ij}x_ix_j = a_{ij}x_ix_j + a_{ji}x_jx_i$，从而上式可表示为 $\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + \dots + a_{1n}x_1x_n \\ &\quad + a_{21}x_2x_1 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{2n}x_2x_n + \dots \\ &\quad + a_{n1}x_nx_1 + a_{n2}x_nx_2 + \dots + a_{nn}x_n^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_ix_j \end{aligned}$ 利用矩阵的运算，上式还可表示为 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1, x_2, \dots, x_n) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

案例正文	称上式为二次型的矩阵表示，记 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ 则可表示为矩阵形式 $f = X^T A X$，其中 A 为实对称矩阵。 在数学的广袤世界中，二次型——这一描述变量间二次齐次关系的代数工具，因其简洁的矩阵表示（$f = X^T A X$）和深刻的几何与代数内涵，成为线性代数与线性代数的核心概念。它不仅是解决优化问题、分析曲面性质的利器，其蕴含的数学思维与哲学思想，更能为当代青年理解世界、塑造价值观提供独特的思政启迪。 1. 矩阵表示：整体性思维与系统观的彰显。二次型从繁琐的求和式 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ 到优雅的矩阵表达式 $X^T A X$ 的飞跃，本质是整体性思维的胜利。矩阵 A 如同一个精密的系统引擎，将变量间的所有耦合关系封装于一身，其对称性（$A = A^T$）确保了表达的和谐统一。这深刻启示我们： 把握全局方能洞察本质：如同理解二次型需超越单个系数、聚焦矩阵整体，认识复杂社会现象（如经济发展、社会治理）也必须坚持系统观念，避免“只见树木，不见森林”的片面性。 结构决定功能：矩阵 A 的特征值、特征向量决定了二次型的“形状”（如椭圆、双曲线）。这映射了社会系统的内在结构（如制度设计、组织架构）对其发展轨迹与最终成效的决定性作用，凸显了优化结构以提升效能的重要性。正如国家治理体系的系统性、整体性、协同性改革，旨在通过结构调整释放发展潜能。 2. 标准化：实践论指引下的矛盾转化 将二次型通过可逆线性变换（$X = P Y$）化为标准形或规范形（$f = \lambda_1 y_{12} + \lambda_2 y_{22} + \cdots + \lambda_n y_{n2}$），是数学中化繁为简、揭示核心矛盾的典范。此过程蕴含深刻的实践智慧：
-------------	---

案例正文	具体问题具体分析：选择正交变换（合同变换）还是配方法，需视矩阵特性与目标而定。这生动体现了实事求是、灵活施策的方法论原则。正如中国特色社会主义道路的选择，正是基于国情实际，而非教条照搬。 抓住主要矛盾：标准化剥离了变量交叉项，使核心特征（特征值符号与大小）一目了然。这启示我们在面对复杂挑战时，应善于运用辩证思维“牵住牛鼻子”，聚焦关键领域攻坚克难（如科技创新“卡脖子”问题）。国家“双碳”目标的战略部署，正是把握能源结构转型这一核心矛盾的体现。 知行统一：理论（标准形存在性）指引方向，实践（寻找变换矩阵）达成目标。这完美诠释了认识与实践的辩证统一。任何宏伟蓝图（如民族复兴）都需通过扎实行动（如深化改革、科技创新）方能化为现实。 3. 正定性与发展观：稳定根基与向上势能 正定二次型（对任意非零向量 X，恒有 $X^TAX > 0$，等价于所有特征值大于零）在数学优化中代表“碗状”曲面，具有唯一最小值点。其思政启示直指发展与稳定： 内在稳定性是发展的基石：正定性要求矩阵所有“主元”或“特征值”为正，象征系统需具备全方位的健康因子（如经济韧性、社会稳定、生态良好）。这契合国家强调的“统筹发展与安全”、“高质量发展是全面建设社会主义现代化国家的首要任务”。 积极向上的“势能”：正定二次型蕴含的“正能量”（函数值恒正且趋向最小值），可引申为一种积极进取、追求卓越的精神状态。它鼓励青年在个人成长与国家建设中，保持昂扬向上的姿态，在挑战中寻求机遇，在奋斗中实现价值。 开放合作中的“合同”不变性：二次型在合同变换下保持正定性不变，这隐喻着在开放包容、互利共赢的合作（如同可逆变换）中，系统健康稳定的核心特质（如发展潜力、抗风险能力）不仅不会削弱，反而可能通过优势互补得到增强，体现了人类命运共同体理念的数学哲思。
------	---

分析评价	二次型及其矩阵表示，绝非冰冷的符号游戏。其从混沌（一般形式）到有序（标准形）的转化，体现着透过现象抓本质的哲学思维；其矩阵封装的整体性，彰显系统观念的价值；正定性蕴含的稳定性与向上性，更是为理解发展、安全与奋斗提供了生动的数学隐喻。
评 价 者	李超教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-046
案例标题	二次型的标准形
案例来源	原创案例
内容简介	二次型的标准形及其思政启示
关键词	正交变换；标准形；基础解系
编写时间	2024-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	认识事物，需穿透表象迷雾，把握其决定性的不变量；“化繁为简”的过程，是数学赋予我们解决现实难题的关键智慧。
素材长度	1544
案例正文	知识点：正交变换、二次型的标准形 定义：若 P 为正交矩阵，则线性变换 $Y = PX$ 称为正交变换。 用正交变换法将二次型化为标准形的步骤： (1) 求出矩阵 A 的所有特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$（可能有重根）； (2) 求出 A 的每个特征值 λ_i 对应的一组线性无关的特征向量，即求出线性方程组 $(A - \lambda_i E)X = 0$ 的一个基础解系，并将此组基础解系进行施密特正交化（正交化、单位化）； (3) 将所有特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 对应的 n 个标准、正交的特征向量作为列向量所得的 n 阶方阵即为正交矩阵 P（不唯一）； (4) 作正交变化 $X = PY$，即可将二次型化为标准形 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + \dots + \lambda_n x_n^2。$ 二次型的标准形：数学规范中的思政启示 在线性代数的宏伟殿堂中，二次型及其标准形理论以其简洁深刻的结构之美令人叹服。这一理论不仅揭示了多元二次函数的内在统一性，更在无形中蕴藏着深刻的哲学思辨与价值启迪。当我们超越公式的推演，凝视其背后的思想光芒，便能从数学的严谨规范中提炼出丰富的精神滋养，为个体成长与社会发展提供独特的思政视角。

案例正文	1. 规范之形：标准化的价值与统一的力量 二次型通过可逆线性变换化为标准形（或规范形）的过程，本质上是寻找一组“最简坐标”以显露其核心特征。这如同在纷繁复杂的社会现象或个人发展轨迹中，辨识根本矛盾与核心价值。标准化并非抹杀个性，而是提炼共性，建立可通约、可比较的理性基础。正如社会主义核心价值观为多元社会提供共同遵循的价值坐标，标准形的存在使不同二次型能够在统一的框架下被理解、分类与优化。它启示我们：真正的自由并非无序的放任，而是在明确规范中的创造性生长。个人价值的实现需要融入社会共识的坐标系，在尊重规则的前提下追求卓越，正如二次型在标准基下方能清晰展现其秩与正负惯性指数。 2. 分类之道：多样性的尊重与本质的把握 二次型的分类依据其标准形中正、负系数的个数（即正负惯性指数）和零系数的数量（秩）。这种分类不依赖具体变换路径，只取决于其内在不变的“基因”特征——这深刻呼应了唯物辩证法关于现象与本质的辩证关系。社会群体的构成、个人能力的禀赋、文化形态的表达，皆有其内在的、稳定的特质，这些特质不应被表面的差异所遮蔽。二次型理论告诉我们：认识事物，需穿透表象迷雾，把握其决定性的不变量。正如中国特色社会主义事业尊重不同地区、不同群体的发展差异（表象的多样性），但始终坚守社会主义本质属性（不变的核心）。这要求我们在面对复杂世界时，既要包容多样性，更要锤炼“看本质”的眼力，避免迷失于碎片化信息。 3. 应用之维：化繁为简的实践智慧 将复杂二次型化为标准形，极大简化了对其性质（如正定性）的判断以及在实际问题（如优化、物理建模）中的应用。“化繁为简”的过程，是数学赋予我们解决现实难题的关键智慧。这映射到国家治理与个人发展，便是“聚焦主要矛盾”的方法论。新时代治国理政强调“以问题为导向”，精准施策；个人成长也需在信息爆炸时代学会“断舍离”，将有限精力集中于核心目标。标准形的获
------	---

案例正文	得，犹如为混沌系统建立清晰的“作战地图”。它提醒我们：面对挑战，策略性的简化与聚焦是突破困境的利器。无论是国家层面的深化改革，还是个体层面的职业规划，都需要这种将复杂系统凝练为核心要素，并据此高效行动的实践理性。 结语：在数学的星空下追寻价值之光 二次型的标准形理论，以其对“规范”、“分类”与“简化”的极致追求，在抽象的数学王国中树立了一座理性丰碑。它无声地诉说着：结构的清晰源于对本质的洞察，力量的凝聚有赖于规范的建立，有效的行动离不开智慧的简化。这些数学智慧，恰是滋养思想品格的清泉。当我们领悟标准形中蕴含的规范化价值、本质化思维与实践性智慧，便能更自觉地在个人成长中追求卓越与规范的统一，在社会发展中把握多样与共识的平衡，在时代浪潮中运用聚焦与简化的策略。让数学的逻辑之光，照亮我们价值选择的航程，在追求真理与实现价值的征途中，书写属于这个时代的规范而富有个性的“标准形”。
分析评价	结构的清晰源于对本质的洞察，力量的凝聚有赖于规范的建立，有效的行动离不开智慧的简化。
评 价 者	王念良教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-047
案例标题	二次型标准形的应用
案例来源	原创案例
内容简介	二次型标准形的应用及所蕴含的思政元素
关键词	正交变换；标准形；基础解系
编写时间	2024-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	现象多变而本质恒定，形式转换而规律永存。
素材长度	1406
案例正文	知识点：二次型标准形 论二次型标准形的哲学意蕴与现实价值：数学工具中的辩证统一。 二次型标准形理论作为线性代数的核心内容，其意义远不止于数学形式的简化。当我们以哲学视角审视其应用过程，一条清晰的辩证统一路径便浮现出来：它既是化繁为简的方法论，亦是揭示本质的认识论，更是服务发展的实践论。这一数学工具的内在逻辑，深刻映射着人类认识世界、改造世界的基本规律。 1. 标准化思维：复杂性的辩证统一 二次型标准形的核心在于通过正交变换将复杂结构化为规范形式。这一过程本质上是“化繁为简”的方法论实践。例如在机械振动系统中，原始耦合微分方程所代表的二次型往往包含复杂的交叉项。通过转化为标准形（对角矩阵），系统被解耦为独立模态，工程师得以精准分析每个自由度——这正是抓住主要矛盾、剥离次要因素的辩证思维体现。 在卫星轨道参数优化中，二次型标准形将耗散能量的函数化为平方和形式，使工程师能直观识别最大耗散方向。这种“标准化”思维正是人类面对混沌世界时，寻求秩序与规律的认知本能——在千头万绪中提炼本质，在纷繁现象中把握核心矛盾。

案例正文	2.显性化：现象与规律的辩证统一 惯性指数（正负特征值个数）的揭示，使二次型标准形超越了形式简化，成为洞察系统本质的钥匙。在材料力学中，应力张量对应的二次型标准形直接决定了材料的屈服特性——正定则稳定，不定则存在破坏方向。这种数学判定正是透过表象把握内在矛盾质的飞跃。 更深刻的是，规范型（如合同标准形）在密码学中的价值。通过线性变换将信息矩阵化为特定形式，看似改变了表象，却保留了核心特征（如秩与正惯性指数），使得加密信息在传输中保持本质不变。这恰如唯物辩证法所强调的：现象多变而本质恒定，形式转换而规律永存。2025 年量子加密技术中的二次型优化，正是这一哲学原理的前沿实践。 3.服务发展：认识与实践的辩证统一 标准形理论的生命力最终落脚于推动科技进步。在人工智能领域，主成分分析（PCA）本质是将高维数据协方差矩阵（二次型）对角化，从而提取核心特征维度。这种“降维”使算法能聚焦关键信息，大幅提升效率——正是理论指导实践、认识服务发展的生动写照。 在环境科学领域，利用二次型模型分析多污染物的协同效应时，标准形帮助研究者量化不同污染因子的权重，为精准治污提供决策依据。当数学工具从实验室走向社会应用，其价值便升华为对“科技向善”的哲学诠释——精确认识世界的目的是为了更合理地改造世界。 4.结语：数学工具中的智慧之光 从机械振动的解耦到卫星轨道的优化，从量子加密的保障到环境治理的决策，二次型标准形始终在践行着“化繁为简抓本质，揭示规律促发展”的辩证法则。当我们运用正交变换消去交叉项时，恰如拨开现象迷雾；当惯性指数揭示系统本性时，恰如把握矛盾核心。这一数学工具的精妙之处，正在于其完美诠释了人类认识与实
------	---

案例正文	实践螺旋上升的辩证统一关系。 数学不仅是公式的堆砌，更是思维的艺术与哲学的具象。在标准形简洁的对角线背后，蕴藏着人类对复杂性的驾驭智慧——这或许正是其穿越数百年时光，依然在 2025 年的科技前沿闪耀不灭光芒的深层哲学密码。 全文以辩证统一为哲学主线，贯通“方法论-认识论-实践论”三重维度： 标准化思维（解耦振动系统）展现化繁为简的智慧 本质显性化（材料屈服判定、量子加密）揭示现象与规律关系 服务发展（AI 降维、环境治理）彰显认识对实践的推动 案例涵盖工程、密码学、AI、环保等领域，突出现实价值。通过数学与哲学的互释，凸显基础学科中蕴含的思政光辉。
分析评价	从机械振动的解耦到卫星轨道的优化，从量子加密的保障到环境治理的决策，二次型标准形始终在践行着“化繁为简抓本质，揭示规律促发展”的辩证法则。
评 价 者	王念良教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-048
案例标题	正定二次型
案例来源	原创案例
内容简介	正定二次型及其所蕴含的思政元素
关键词	正定二次型；正定矩阵；负定矩阵
编写时间	2024-09-30
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	一个品格高尚的人，其思想体系无论从何种角度审视，亦或在人生不同阶段的发展中，都呈现出内在逻辑的自洽与核心价值观的连贯统一。
素材长度	1443
案例正文	知识点：正定二次型 定义：设有二次型 $f = X^T A X$，若对于任意的非零列向量 X，都有 $f(X) > 0$，则称二次型为正定二次型，并称矩阵 A 为正定矩阵；若对于任意的非零列向量 X，都有 $f(X) < 0$，则称二次型为负定二次型，并称矩阵 A 为负定矩阵。 正定二次型：一种数学精神与人格修养的思政隐喻。 在数学的抽象王国中，二次型以其简洁的代数形式蕴含着深邃的几何内涵。其中，正定二次型尤为闪耀着独特的思想光芒：一个二次型若对于任意非零向量都输出正值，则称其具有“正定性”。这不仅是矩阵特征值皆为正的数学表征，更在无形中构建了一座连接理性探索与精神修养的桥梁——它以一种纯粹的逻辑之美，悄然映射出个体品格淬炼与时代精神塑造中的永恒价值。 正定性：个体精神的内在稳定与光明根基。 数学上，判定一个二次型是否正定，本质上是检验其是否在所有方向上都能保持“向上凸起”的稳定姿态（即其对应的抛物面开口向上）。这一特性在人格维度中对应着我们常说的“三观之正”。正如正定矩阵的所有顺序主子式皆为正，一个品格高尚的人，其思想体系无论从何种角度审视，亦或在人生不同阶段的发展中，都呈现出内在逻辑的

案例正文	自洽与核心价值观的连贯统一。这种稳定性和一致性构成了个体精神世界的“正定性”，使其在时代洪流中犹如磐石，既不随波逐流，亦不因外在压力而扭曲变形。它赋予个体一种内在的精神定力，确保其在面对复杂世事时，始终能发出正向而稳定的价值判断之光。 全局正向：社会贡献的凝聚合力与时代浪潮中的价值创造。正定二次型的一个核心魅力在于其蕴藏的“全局正能量”：无论从哪个方向（即对应任意非零向量）去“观测”或“作用”，它输出的总是正值。这一数学特性深刻隐喻着一个具有高度社会责任感与奉献精神 的个体或群体，其行为的影响在社会的各个维度上必然是积极、建设性的。如同正定矩阵可通过合同变换化为标准型（仅含平方项且系数为正），一个真正有益于社会的人，其言行最终都会被时代所检验，并归结为推动社会进步的“正能量”。在中华民族走向伟大复兴的征程中，每个个体微小的正定贡献，正如涓涓细流，终将汇聚成推动历史车轮前进的磅礴伟力。无论是精益求精的工匠精神，还是扎根基层的无私奉献，都是个体正定价值在社会大坐标系中最生动的投影。 内在逻辑：数学之真与人格之善的同构升华。正定二次型的魅力还在于其揭示的深刻逻辑统一性——形式上的美（如对称矩阵的优雅）与实质上的善（全局正输出）实现了高度和谐。这种真与善的统一，正是数学精神启迪人格修养的核心所在。数学追求严谨、逻辑与和谐，而高尚人格的塑造同样需要内在道德的严密逻辑和知行合一的和谐境界。一个能深刻理解并欣赏正定二次型所蕴含的对称之美、结构之稳、能量之正的人，更有可能在精神世界中追求并构建同样的秩序与光明。数学的逻辑训练了思维的严密性，而正定性概念本身则以其独特方式昭示：最强大的力量往往源于最稳定的结构，最持久的光明必然根植于最深层的正向根基。这启发我们，在追求知识与技能进步的同时，更需注重内在道德矩阵的“正定性”建设。
------	--

案例正文	正定二次型，这个诞生于数学纯粹理性土壤的概念，以其对稳定性、全局正向性以及内在逻辑和谐性的完美表达，为我们理解个体精神成长与时代价值创造提供了强有力的思想透镜。它无声地诉说着：无论是在微观个体的品格锤炼中，还是在宏观社会的文明构建里，拥有如同正定矩阵般坚固稳定的核心价值底座以及始终释放正向能量的行为特质，是抵御虚无、引领光明的不二法门。在知识的星辰大海中航行，让数学之真引导我们锚定人格之正，在精神的坐标系里，人人皆可成为那闪耀着永恒正定之光的独特向量。
分析评价	正定二次型，以其对稳定性、全局正向性以及内在逻辑和谐性的完美表达，为我们理解个体精神成长与时代价值创造提供了强有力的思想透镜。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-049
案例标题	正定二次型的应用
案例来源	原创案例
内容简介	正定二次型以其独有的数学特质熠熠生辉。它不仅为优化问题提供关键判别准则，在机器学习、经济建模与工程控制中大放异彩
关键词	正定二次型；机器学习；经济建模
编写时间	2024-10-5
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	真正的成长与发展，无论微观个体还是宏观国家，都需要一个如正定矩阵般特征值恒正的崇高目标导向
素材长度	1289
案例正文	知识点：正定二次型 正定二次型的哲学意蕴与现代启示——一种数学工具中的思政价值探微。 在线性代数的璀璨星河中，正定二次型以其独有的数学特质熠熠生辉。它不仅为优化问题提供关键判别准则，在机器学习、经济建模与工程控制中大放异彩，其内在属性——全局最小点的唯一存在性、函数值的正向积累性以及变量协同的系统稳定性——更蕴含着超越技术层面的深刻哲学与思政价值。这一数学结构恰如一面透镜，折射出个人成长、社会治理与国家发展所追求的崇高境界与理想范式。 1. 正定性基石：理想信念的确定性内核。 正定二次型矩阵的所有特征值恒为正，这一性质是其“正定”之名的基础，也映射着理想信念在个体精神世界中的核心地位。正如函数在原点处取得全局极小值且值恒为正，清晰而坚定的理想目标（如为人民服务的宗旨、科技报国的志向）为人生航程提供无可撼动的锚点与方向。在多元思潮激荡的当下，青年学子常陷入“价值相对主义”迷雾。正定性的数学要求启示我们：真正的理想信念必须如正定矩阵特征值般“恒正”，具备抵制负能量侵蚀的内在刚性。华为公司在芯片研发困境中坚守自主创新“主特征值”不动摇，正是这一确定性的生

案例正文	动写照。 2. 优化与协同：系统发展的价值路径。二次型的最小化过程对应着寻求最优解，而多变量协同达成最优，则象征着集体主义价值观的实践智慧。现实世界中，资源分配、政策制定（如脱贫攻坚中的“精准扶贫”优化模型）正是通过系统变量的协同调整逼近全局最优。习近平总书记强调“系统观念”是具有基础性的思想方法，这与处理高维二次型需统筹全局、考量变量间耦合作用的数学思维同构。国家“双碳”目标的推进，正是经济发展（X_1）与环境保护（X_2）等多变量在可持续发展这一“正定目标函数”约束下寻求动态平衡的宏大实践，彰显了优化与协同的辩证统一。 3. 稳定与坚韧：抵御风险的系统韧性之源 在动力系统分析中，系统状态矩阵的正定性直接关联于稳定性，系统受扰后能自动回归平衡态。这与社会治理、个体发展所需的“韧性”高度契合。社会制度设计的“正定性”——如全过程人民民主保障各群体正向“能量”表达、社会主义核心价值观凝聚社会共识，赋予了中国式现代化面对风险挑战时强大的自我修复与稳态回归能力。从抵御国际金融危机到高效应对突发公共卫生事件，制度的“正定结构”释放出强大组织力。个人修身亦是如此，持续的正向积累（如知识储备、品德修为）塑造稳健心理结构，使个体在逆境中“正定不倒”，如黄大年教授科技报国的赤子恒心。 正定二次型这一精妙的数学工具，其蕴含的全局视角、优化智慧与稳定内核，为我们理解个人价值实现、社会系统治理乃至国家发展路径提供了独特的“理科思政”视角。它昭示着：真正的成长与发展，无论微观个体还是宏观国家，都需要一个如正定矩阵般特征值恒正的崇高目标导向；需要如优化算法般在多元协同中寻求全局最优解的实践理性；更需要如稳定系统般在风浪中保持内核坚韧的强大定力。 笛卡尔曾断言：“数学本质上是最高形式的哲学。”当我们以思政之眼重审正定二次型，代数符号便跃升为价值隐喻——它无声
------	---

案例正文	诠释着信念的纯度、协同的智慧与韧性的光辉，为当代青年在科技洪流中锚定精神坐标提供了独特的理性支点。
分析评价	正定二次型这一精妙的数学工具，其蕴含的全局视角、优化智慧与稳定内核，为我们理解个人价值实现、社会系统治理乃至国家发展路径提供了独特的“理科思政”视角。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院

案例编号	XXDS-050
案例标题	赫尔维茨定理
案例来源	原创案例
内容简介	赫尔维茨准则：在线性代数和多项式理论中，他给出了判断多项式所有根是否具有负实部（即系统稳定性判据）的代数条件，是控制论和微分方程稳定性理论的重要工具之一。
关键词	赫尔维茨定理；顺序主子式；正定
编写时间	2024-10-10
编著者	刘亚亚副教授、数学与计算机应用学院
素材形式	文字
育人主题	数学家对科学的热爱和献身科学的精神
素材长度	1666
案例正文	知识点：赫尔维茨定理 定义：位于 n 阶矩阵 A 的左上角的 $1, 2, \dots, n$ 阶子式 $\Delta_1 = a_{11} = a_{11}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \dots, \Delta_n = A $ 称为矩阵 A 的 $1, 2, \dots, n$ 阶顺序主子式。 定理：二次型 $f = X^T A X$ 正定的充分必要条件是 A 的各阶顺序主子式全大于零。 该定理称为赫尔维茨定理。 赫尔维茨：阿道夫·赫尔维茨（Adolf Hurwitz，1859 年 3 月 26 日—1924 年 11 月 18 日），这位活跃于 19 世纪末至 20 世纪初的德国数学家，以其在复分析、数论和代数领域的卓越贡献，在数学史上刻下了不可磨灭的印迹。他不仅是希尔伯特的亲密挚友与早期导师，更是连接古典数学与现代数学的关键人物之一。 1. 生平与学术背景 赫尔维茨生于德国汉诺威的一个犹太家庭，在慕尼黑大学开启了他的数学之旅，随后在柏林大学和哥廷根大学深造，深受数学巨匠如克罗内克、库默尔和魏尔斯特拉斯的影响。1881 年，年仅 22 岁的他在菲利克斯·克莱因指导下获得博士学位。赫尔维茨的职业

案例正文	生涯历经哥尼斯堡大学（在那里深刻影响了年轻的希尔伯特）和瑞士苏黎世联邦理工学院，直至 1924 年因重病逝世。他严谨的治学态度和对数学之美的深刻洞察贯穿其一生。 2.开创性的数学成就 赫尔维茨的贡献跨越多个核心领域，其成果至今仍具深远影响： 1) 复变函数论的奠基性工作： 赫尔维茨定理 (Hurwitz's Theorem)： 这是复分析领域的基石之一。该定理指出，如果一个单连通区域上全纯函数序列 $\{f_n\}$ 内闭一致收敛于一个非常数的极限函数 f，那么对于充分大的 n，f_n 和 f 在区域内取相同值的次数（重数计入）相同。这深刻揭示了全纯函数序列在收敛过程中零点行为的稳定性，是研究解析函数族性质的强大工具。 自守函数与单值化： 他紧随庞加莱和克莱因之后，深入研究了自守函数理论（特别是涉及富克斯群的部分），为理解多值函数如何通过自守函数实现单值化做出了关键贡献。 2) 数论领域的精妙成果： 四元数理论： 为解决将整数分解的唯一性推广到更高维数的问题，他引入了“赫尔维茨四元数”（或赫尔维茨整数）的概念。这是一种特殊的四元数代数整数环（系数为整数或半整数），在这个环中，类似于普通整数的算术基本定理（唯一因子分解定理）成立。这一构造不仅在数论本身意义重大，也对后来的代数理论发展产生了影响。 丢番图逼近与超越数论： 他研究了用有理数逼近实数的问题，其成果与超越数理论紧密相关，为数论分析分支增添了重要砝码。 3) 代数方程的进展： 赫尔维茨准则： 在线性代数和多项式理论中，他给出了判断多项式所有根是否具有负实部（即系统稳定性判据）的代数条件，是控制论和微分方程稳定性理论的重要工具之一。
------	---

案例正文	不变式理论的贡献：在代数不变式理论这一当时的热门领域，赫尔维茨也做出了实质性的工作，与希尔伯特等人在此领域互相启发。 3. 历史评价：一座坚实的桥梁 赫尔维茨在数学史上的地位，可以用“承前启后的桥梁建造者”来概括： 卓越的导师与影响者：在哥尼斯堡期间，赫尔维茨与闵可夫斯基一起，对年轻的希尔伯特进行了富有成效的引导和塑造，这种思想上的启迪深刻影响了希尔伯特日后解决代数不变式问题、几何基础以及提出著名的 23 个问题的方向。希尔伯特本人终生对其充满敬意。 连接经典的现代先驱：赫尔维茨的工作深深植根于克罗内克、魏尔斯特拉斯等人的经典数学传统，尤其是复分析和代数方向。但他处理问题的方法和取得的成果，如对自守函数的深入研究、四元数算术的开拓，以及对函数序列收敛性质的深刻理解，都敏锐地指向了 20 世纪数学发展的新方向（如泛函分析、抽象代数、拓扑学思想的萌芽）。 严谨性与深刻性的典范：他以治学严谨、论证精妙著称。他的论文逻辑清晰、证明优美，寻求问题核心的深刻洞察力是其工作的标志。他较少追求宏大的纲领性陈述，而是致力于解决具体而关键的问题，并在解决过程中提炼出具有普遍意义的概念和定理。 领域融合的先驱：赫尔维茨的研究本身就体现了数学各分支间的有机联系。他将复分析的工具应用于数论（如四元数），用代数方法解决分析问题（如赫尔维茨准则），这种跨越领域的视野在当时是难能可贵的。 结语：阿道夫·赫尔维茨是一位罕见的数学全才。他在复变函数论、数论和代数方程等领域的开创性工作，不仅解决了当时的关键难题，更为后世数学开辟了新的路径。他的名字与那些揭示了数学内在和谐与力量的定理紧密相连，其贡献至今仍在数学殿堂中回响不息。
------	---

分析评价	阿道夫·赫尔维茨是一位罕见的数学全才。他在复变函数论、数论和代数方程等领域的开创性工作，不仅解决了当时的关键难题，更为后世数学开辟了新的路径。
评 价 者	赵鹏军教授，商洛学院数学与计算机应用学院